Simon Marius

Die Ersten Sechs Bücher Elementorum Euclidis
Ansbach: Paul Böhm 1610, 167 S. 2°

Eigentümer des Exemplars

Wolfgang Marius, Graz

Marius-Portal

Simon-Marius-Gesellschaft, Herausgeber: Pierre Leich

www.simon-marius.net, 15.07.2014

Mathematik

Euklid

Euclides

MARIUS, Simon, von Gunzenhausen,.- Die ersten sechs Bücher Elementorum Euclidis, in welchen die Anfäng und Gründe der Geometrie gelehret werden. Auss Griechischer in unsere Hohe deutsche Sprach übergesetzet, auch mit Newen Figuren erkläret durch Simonem Marium. Onoltzbach, Paulus Böhem, 1610. Mit vielen Holzschnitten im Text (geometrische Figuren) und der Druckermarke. 6 Bll., das letzte weiss, 166 SS., 1 Bl. Einband d. Zeit, Holzdeckel, zum Teil mit Leder mit reichen Blindpressungen überzogen.

Den Bibliographen nicht bekannt. Seltener u. interessanter Ansbacher Druck. Der Herausgeber, Simon Marius von Gunzenhausen, war der berühmteste Gelehrte, den der Markgraf Joachim Ernst von Ansbach-Bayreuth an seinem Hofe besass; er war von Tycho Brahe mit Kepler bekannt gemacht und entdeckte am 29.12.1609 die vier Trabanten des Jupiter, noch bevor Galilei sie fand.-

Schönes und gut erhaltenes Exemplar. Der Einband beschädigt.

Die Ersten Sechs Bücher
Elementorum
EVCLIDIS,
Zu welchen die Anfäng vnd
Gründe der Geometria ordenlich gelehret / vnd gründtlich erwiesen werden / Mit sonderm Fleiß vnd Mühe auß Griechischer in vnsere Hohe deutsche Sprach übergesetzet / vnd mit verständtlichen Exempeln in Linien vnd gemeinen Rational Zahlen / Auch mit Newen Figuren / auff das leichtest vnd aigentlichest erkläret:

Alles zu sonderm Nutz den jenigen / so sich der Geometria / im Rechnen / Kriegßwesen / Feldtmässen / Bauen / vnd andern Künsten vnnd Handtwerckern zugebrauchen haben:

Auß Befehl
Deß Edlen vnd Gestrengen Herrn /
Hanß Philip Fuchß von Bimbach / zu Möhrn / Alten Rechenberg vnd Schwaningen / Obristen:

Durch
SIMONEM MARIUM Guntzenhusanum Franc.
Fürstlichen Brandenb: bestalten Mathematicum, vnd Medicinæ Utriusq; Studiosum.

Cum Pri-

vilegio.

Onoltzbach /

Gedruckt durch Paulum Böhem / Im Jahr Christi /

M D C X.

Denen Durchleuchtigen

Hochgebornen Fürsten vnd Herren / Herrn Christiano / vnd Joachim Ernsten / Gebrüdern / Marggraffen zu Brandenburg / in Preussen / zu Stetin / Pommern / der Cassuben vnd Wenden / auch in Schlesien zu Crossen vnd Jägerndorff Hertzogen rc. Burggraffen zu Nürmberg / vnd Fürsten zu Rügen / Meinen gnädigen Fürsten vnd Herren.

DVRCHleuchtige / Hochgeborne Fürsten / E. E. F. F. G. G. seyn mein Andächtiges gläubiges Gebet zu GOtt dem Allmechtigen / mit Wüntschung eines glückseeligen / frewdenreichen / vnd friedlichen Newen Jahrs / jederzeit bestes fleiß zuvorn / Gnädige Fürsten vnd Herren: Es können / meines erachtens / Weltliche vnnd Hohe Obrigkeiten gar füglichen einem guten vnd fleissigen Gärtner verglichen werden: Dann gleich wie ein erfahrner Gärtner / nicht allein ein vollkömliche vnd gründtliche Erkändtnuß allerley Sortengewächß / als Bäum / Kräuter / Blumen / Früchte / Wurtzel rc. hat / sondern es wird an jhme auch erfordert / ein sonderliche Vorsichtigkeit vnnd Wissenschafft / wo / vnd wann diß oder jenes Kraut soll gepflantzet werden / Muß auch fleissig in acht nemen / mit Vmbzäunung / geeten / graben / schnaiten / binden / begiessen rc. das nicht das Vnkraut solche ersticke / oder durch Vngewitter / Thier / Würm / oder anders schaden neme / wo er anderst seine verhoffte Frücht / vnd Nutzen davon haben vnd empfangen will.

Also / vnd gleicher gestaldt seyn Weltliche Hohe Obrigkeiten / von Gott dem Allmächtigen über Landt vnd Leut gesetzet / als Gärtner / vnd haben auch jhre vnterschiedliche ämpter / die sie nach hohem Verstandt / gewissen darzu tauglichen Personen anbefehlen / Dieselbige auch nicht mit geringen Vnkosten vnterhalten / damit das gantze Landt wol Regiert / mit aller Notturfft versehen / vnd fleissig darauff achtung geben werde / das Gerechtigkeit erhalten / vnd in allen dreyen Göttlichen Ständen / die rechten Christlichen Vnterthanen / als schöne Kräuter mögen fortgepflantzet / vnd durch fleissig Auffsehen vnnd Straff / für den Raupen vnnd Würmen / das ist / für bösen schädlichen vnd ärgerlichen Leuten behütet / vnd nicht durch Vnkraut / als / böse gesellschafft / gewohnheit vnd ärgernuß ersticket / oder aber / durch

Vngewitter / Wie dann durch schädliche Secten / Rotten / Krieg / Tyranney / vnd Vnruhe gantz verderbet / Sondern durch krafft Weltlichen von Gott gegebenen Gewalts beschützet vnnd erhalten werden: Lassen jhnen auch den geringsten Vnterthanen so wol befohlen seyn / als den Allermächtigsten vnd Reichesten / Wie ein Gärtner ein Pfläntzlein inn einem schlechten orth oder stelle / so wol in acht nimbt / als etwan ein stattliches fürnemes Gewächß: Dann alles zu seiner zeit / seinen Nutzen bringet. Durch solches fleissiges auffsehen / Schutz vnd Straff (als ein Gärtner / der nicht allein begeusset / sondern auch außreutet.) In Regimenten endlich der grosse vnd herrliche Nutz erfolget: Als der Vnterthanen gegen jhre Obrigkeit sonderliche affection vnd Lieb / williger gehorsamb / Christliche Vorbitt / wider alle jhre Widersacher vñ Feind thätlicher Schutz vnd Schirm / mit Zusetzung Leibs vnd Lebens / vnnd alles was sie haben vnd vermögen / Damit sie in jhrer Hoheit / Reputation / gebürenden Ehren vnd Dignitäten erhalten werden.

Weil dann / Gnädige Fürsten vnd Herren / E. E. F. F. G. G. vnser HERR Gott auch zu solchen guten Gärtnern geordnet / das ist / Landt vnd Leut zu Regiren übergeben / vnd solches Ampt nun etliche Jahr wol vnnd Löblich geführet: Vnd zwar daß ich anderer geschweige / vnd mich zum Exempel setze / so haben E. E. F. F. G. G. in angehender löblichen Regierung mich / in diesen Landen geboren / das ist / als ein schlechtes vnansehenliches Pfläntzlein in horto medico gefunden / vnd auß sonderlichen hohen Fürstlichen Gnaden bißhero fleissig begossen vnd gepflogen / das ist / mit notwedigem verlag meiner Studien reichlich vnd wol versehen / also zwar / das alle die Frücht / so hievon zugewarten / E. E. F. F. G. G. jhnen billich zuzueignen haben.

Auß diesen vrsachen / wie auch auß schuldiger Pflicht vnd gehorsamb / E. E. F. F. G. G. Ich diese Sechs Bücher EUCLIDIS von mir in vnsere Hohe deutsche Sprach übergesetzet / in höchster Vnterthänigkeit offerire, als ein schuldige vnnd Christliche glückwüntschung zu einem frölichen / friedlichen / gesunden vnnd freudenreichen Newen Jahr / mit vnterthänigster bitt / E. E. F. F. G. G. wollen solches Werck / als eine Frucht deß Studij Mathematici, gnädigst gefallen / vnd mich vnd meine beede studia Astronomicum vnd Medicum, allezeit zu gnaden befohlen seyn lassen. Datum den 6. Jenner am tag Epiphaniorum, Anno 1610.

E. E. F. F. G. G.

Vnterthänigster willigster
vnd gehorsambster

Simon Marius.

Denen Durchleuchtigen

Hochgebornen Fürsten vnd Herren / Herrn Christiano / vnd Joachim Ernsten / Gebrüdern / Marggraffen zu Brandenburg / in Preussen / zu Stettin / Pommern / der Cassuben vnd Wenden / auch in Schlesien zu Crossen vnd Jägerndorff Hertzogen ꝛc. Burggraffen zu Nürmberg / vnd Fürsten zu Rügen / Meinen gnädigen Fürsten vnd Herren.

DVrchleuchtige / Hochgeborne Fürsten ꝛc. gnädige Herrn / Es ist kundt vnd am tag / daß die Völcker / so vns gegen Weste / Sud Sud Oste / vnd West Sudweste / wohnen / eine gute zeit hero / Wie auch je länger je begiriger / jhr aigene Sprach zierlich vnd wol zu reden sich bearbeiten vnnd bemühen / Da sie sich auch schon anderer frembder Sprachen gebrauchen / jedoch in dero aigenen alle zuübertreffen befleißigen: Darzu jhnen / daß soviel fürneme Scribenten / so vor vnd nach Christi vnsers Erlösers geburt / geschrieben / in jhre Muttersprach vmbgesetzet / benebenen / daß die fürnembste Gelährte / sonderlich die jenige Bücher / so Weltliche / als Regiments: Kriegß: vnnd dergleichen verrichtungen antreffen / inn solcher Sprach ans Liecht geben / anlaitung vnnd vorschub thut : Daher sie nicht allein / daß obgemeldte darauß desto leichter fasseten / Sondern jhnen zu allen fürtrefflichen gesprächen vnd beredenheit / dessen sie für andern Nationen berhümet / zum höchsten dienet / Welches also ins gemein kein statt haben köndte / wo nicht obenangedeute vrsachen / diß ins Werck richteten / Wo wolte sonsten vnter soviel / vnd bey nahe ins gemein solches also erfolgen / wo sie nicht dergleichen Beschreibungen in jhrer aigenen Sprach hetten. Dann denen / so der Lateinischen vnd Griechischen Sprach vnerfahren / were es vnmüglich / den andern käme es doch schwer an / Dieweil nicht jeder / ja vnter vielen wenig gefunden / so in frembden Sprachen den Verstandt / so leicht als in jhrer aigenen ergründen / darauß hernacher die verdrießligkeit vnd nachlassung entsprungen. Diese Völcker aber / haben nach andern auch den Alten Griechen vnd Römern hierinnen gefolget / welche alle Künste / so wol jhre rhümliche Thaten / in jhr aigene Sprach herfür gebracht / damit es männiglich verstehe / dessen Wissenschafft habe / vnd sichs bester gelegenheit nach gebrauchen könte. Zwar die fürnembsten Römer / haben die Griechische Beschreiber / weil dieselbige Sprach bey jhnen nicht mehr so üblich / inn jhre Sprach gesetzet / die vorgenandte Nutzbarkeit darmit ins Werck zurichten.

Zugeschweigen / was vor diesem vortrefliche Könige vnd Regenten / für ein denckwürdigen Preiß erlanget / auch den Menschen zum besten / für überauß grosse Nutzbarkeit geschafft / Daß sie auß Chaldaischer / Arabischer vnd ꝛc. Sprach / die künstliche Bücher in andere überzusetzen (daß doch nicht mit geringer Mühe vnnd Vnkosten zuwegen gebracht) sich bemühet / Welcher Frucht die vnserigen noch heutigs tages empfinden vnd geniessen.

Dieses aber hat bißhero inn Deutschlandt wenig wollen betracht werden. Dann ob wol das H. Römische Reich von etlich hundert Jahren / wie noch / mit vortrefflichen gelährten Leuten begabet vnd gezieret / die viel vnnd nützliche Sachen geschrieben / So ist es doch beynahe alles in Lateinischer Sprach vollbracht / dessen sich die jenigen / so derselben vnerfahren / oder nicht gar wol geübet / nicht viel zu bessern gehabt / Zu dem seind jhr nicht wenig in jrrige gedancken / als ob man die Deutsche Sprach / nicht so aigentlich vñ förmlich als andere geben köndte / oder doch zum wenigsten die wörter nicht alle in derselben sich schicken wolten gerahtē / Wiewol ich das erste gantz nicht / das ander aber darumb bekenne / Weil wir dergleichen wörter zuvor nie anderst gehöret oder gelesen / Bevorab in diesem Buch / so auß dem Griechischen übergesetzet / vnd solche wörter fallen / die weder in Deutscher noch anderer Sprach gemein seyn / Warumb solte man aber nicht wörter in jeder Sprach / die sich eben so wohl als die Griechische / Lateinische / Spannische / Frantzösische / oder Italianische reimeten / vnd gleichförmige Bedeutung hetten / finden? Da doch hingegen soviel der mainung / es haben von den Deutschen / Als sie noch in Kriegßübungen empor gangen / andere Völcker / viel zum Kriegßwesen gehörige wörter behalten / deren sie sich noch gebrauchen.

Mit dieser Bücher verdeutschung aber hat es diese Mainung / Da man derselben erdachten wörter / sich alsbalden gebrauchet / daß man sie nicht / oder doch wenig würde verstehen / biß sie besser in schwang gebracht. Dann gleich eben / wie noch vor ohnegefähr 25. Jahren / nicht viel Wörter / die Vestung / Schantzen / vnnd dergleichen Bäw / vnd jhre glieder anlanget / in vnserer Sprach gebraucht / oder sich deren beholffen / Sondern solche baldt in dieser / bald in jener Sprachen / wie sie beschrieben gewesen / genennet / Biß dergleichen Bücher auch Deutsch herfür gebrochen / vnd solche Wörter je länger je mehr in vnserer Sprach auffkommen.

Wann nur bedacht würde / was für mercklichen Nutz vnd Eyfer die Verdeutschung der H. Schrifft mitgebracht / Inn dem sie nun jeder / entweder selbst / oder durch andere lesen kan lassen / vnd nicht allererst / was jhme davon gesagt wird / glauben muß / So wird sich befinden / daß die Dolmetschung der Freyen Künsten vnd Historien (da sie anderst fleißig vnd wol beschrieben / vnd nicht vngereumbte sachen / so von Verständigen mehr verlacht / als für gut müssen geachtet / wie dieser zeit hero von etlichen beschehen / mit vntergemänget) in gleichem nicht weniger beförderung bey Deutschen als andern schaffen würde.

Dieses obangezogenes / Gnädige Fürsten vnd Herren / hat mich neben andern Euren F. F. G. G. bestalten Mathematicum, zu solcher vmbsetzung vnd Verdeutschung zubewegen vervrsachet / Vornemlich weil diese Elementa Euclidis der 6. Ersten Bücher / der gantze grundt vnd Fundament der Geometria seind / Welches nicht allein an jhme selbst der Jugendt ein lustiges / angenemes / vnd zu mehrerm andern nutzbarliches studium, Sondern in vielen Handthierungen vnvermeidlich gebraucht muß werden / Dessen ins gemein / zuforderst aber im Kriegßwesen / die jenigen / so Quartier schlagen / Schantzen / Vestungen ꝛc. bawen vnd zerbrechen / mit Zeug: oder Geschützwesen / Wercken / Zeugnuß geben können / wie viel leichter solches durch diese Wissenschafft von handen gehet.

Ob man wol dieses ins Werck zurichten kürtzere Wege zuhaben vermeinet / auch zum theil hat / So entspringet doch alles auß diesem ainigen grundt / der vmb solcher vrsach willen nötig / Wie vielen / die es ohne diß Fundament ergründen wollen / daß die vnvollkommenheit daran hanget / nicht vnwissent.

Wie viel sind der Wercklent / deren Handtwerck allein auff der Geometria bestehet? Die keine / oder doch gar geringe Wissenschafft darvon haben / Dann der grösser hauff / daß sie ein gerechten Winckel fällen / ein gerechte oder überlängte Vie-

rung/

rung/ gedruckte Rundungen rc. vnd dergleichen auffsetzen können/ Ja viel *Architecti* oder Bawmeistern selbst dessen sich benügen (gerath es wol/ so können sie etwas in Grundt legen/ vnnd auffziehen/ aber gar selten Perspectivischer arth nach) worauß dann notwendig/ wie nur gar zuviel für Augen/ solche grosse Fähler begangen/ Die nicht mit geringem Kosten/ zum theil gar nicht mögen geändert werden / Wie viel Gebäw werden falsch angelegt/ oder dergestalt vollführet/ daß sie keinen bestandt haben? Welches alles/ weil die *Elementa Euclidis*, als der Schlüssel vnd aigentlicher grundt darzu/ nicht recht verstanden werden/ verursachet. Dann solche *Propositiones* oder Auffgaben müssen notwendig in die *Architectur* vnd Bawkunst eingeführet werden/ als welcher sie nicht gerathen kan.

Inn was grossem Irthumb stecken die Landtmässer? Deren meiner Mainung nach gar nimmer/ oder selten zwen gefunden/ die in dem *facit* überein stimmen: Was grossen Fähler muß doch jhre Mechanische Wirckung/ dieweil die Mässung nur gemeinem gebrauch nach genommen/ außtragen? In dem diese Kunst nicht allein an jhr selbst der gevierdten Wurtzel oder *radice* halben also Subtil/ daß die Zalen überselten gar genommen/ oder außgesprochen/ Zugeschweigen/ wie schwerlich vnd mit grosser Mühe (doch ohne vollkommenheit) etwas inn Grundt kan geleget werden. Ob wol hierinnen vorgeworffen wird/ es möge so viel nicht außtragen/ Dann in einem Morgen es offt nicht über $\frac{1}{4}$ von einem gevierdten Schuch betreffe/ daß auch in einer grossen Summa nicht viel belauffe/ So wird doch jhr gemeiner weg zwischen dem andern/ wie obenangehöret/ auß der Tafeln der *Sinuum* genommen/ den mangel mercklich weisen/ vnd wird in 10000. Morgen nicht nur vmb ein gevierdte Ruten/ Sondern ein viel mehrers/ zuviel oder weniger zuthun seyn/ Inn diesem Irthumb/ seind die gemeine Landtmässer auch anderer orten lang gestecket/ zum theil noch/ biß der hocherfahrne vnd weitberhümbte *Geom:* vnd *Arithmeticus* Ludolph von Cöllen/ von Hildeßheim/ diese Fähler durch seinen fleiß vnnd Mühe/ Als er die *Geometriam* in Niederdeutschen Sprach offentlich (vnd meines wissens noch/ gelesen) auß obgenanten Tafeln der *Sinuum* gezeiget.

Diesem allem nach/ bin ich der tröstlichen hoffnung/ es werde nicht allein E. E. F. F. G. G. mir zu gut halten / Daß gedachten dero Mathematicum ich dieser Verdeutschung/ So gleichwol nicht ohne sondere Mühe vnd Versäumnuß abgangen/ an vnd vielleicht von andern Verrichtungen abgehalten / Sondern auch mit jhm Allergnädig zu frieden seyn/ vnd zu mehrerm vorschub geben / Der zuversicht/ daß diese verdeutschte Elementa viel zu lesen begierig/ auch den mehrern zu jhrem vorhaben ein gute beförderung thun/ vnd den grundt zum übrigen anweisen werde.

Dann ob schon eben diese Sechs Bücher zuvorn/ vnd für 48. Jahren/ als Anno 1562. auch in Hochdeutscher Sprach außgangen/ So seind doch solche gantz schwer nunmehr zubekommen/ vnd ist die Verdeutschung an jhm selbsten etwas vnklar vnd dunckel gefallen/ Insonderheit die beweisung der grössere theil/ durch langen vnd mühesamen Weg / Ob er schon auß der künstlichen Coß oder Algebre herfliesset/ beschehen/ welches alles die jenigen/ so deroselben ohne das vnerfahren/ baldt abgewendet / Da hingegen diese Beweisungen der gelegenheit nach mit Ziefern oder Linien/ gantz leicht dargethan.

Ob wol/ Gnädige Fürsten vnd Herrn/ andere Mathematische vnd Geometrische sachen/ die etwas annemlichers als dieses zuseyn gescheinet hetten/ an Tag gebracht können werden/ So hat mich jedoch für gut angesehen/ den grundt vnd Anfang aller derer Wissenschafft vorher einfältig vnnd klärlich inn vnsere Deutsche Sprach bringen zulassen/ Mit vnterthäniger bitt/ E. E. F. F. G. G. wollen solches also/ wie es wolmainendt von mir angesehen/ auffnemen vnd erkennen/ Darneben Eure Fürstlichen Gnaden/ Gottes Segen zu langwiriger Regierung (derselben mich zur beharrlichen Gnaden vnthänig) befehlendt/ Geben am Newen Jarstag/ deß 1610. Jahrs.

E. E. F. F. G. G.

Vnterthäniger gehorsamer
Rhat vnd Diener

Hanß Phillips Fuchs von Bimbach
zu Möhrn rc. Obrister.

Vorrede an den Leser.

Gutherțiger Leser vnd Liebhaber der Geometria / vnnd anderer Künste / so hierauß entspringen / Es möchte etwan dir die gedancken auffsteigen die vrsachen zuwissen / vmb welcher willen diese 6. Bücher EUCLIDIS seyn auß seiner Griechischen Sprach / in vnsere Hochdeutsche gebracht worden. Damit du aber gnugsamen grundt vnd vrsachen verstehen mögest / warumb solches ist ins Werck gerichtet worden: So ist mein Rhat / wollest nechst vorhergehende Vorꝛede mit fleiß lesen vnnd erwegen / darinnen vmbständtlichen vnd außführlichen dargethan wird / Warumb es nicht allein recht vnd löblich / sondern auch gantz nötig vnd nützlich sey / das solche vnnd dergleichen andere sachen in vnserer Deutschen Sprach sollen vnd mögen auß andern Sprachen übergesetzet werden. Achte demnach gantz vnnötig solche allhier verdrießlichen zuwiderholen. Eines aber muß ich dich mit mehrerm allhier berichten / Warumb nemlichen zu Ende deß 2. Buchs / ich so weitläufftig von dem Innhalt eines Triangels / vnnd wie derselbe auff vnterschiedliche weiß vnd wege könne gefunden werden / gehandelt hab. Solt derowegen wissen / daß solches alles geschehen ist auß Befehl deß Edlen vnd Gestrengen Herꝛn **Hanß Philips Fuchßen von Bimbach** ꝛc. So der Geometrischen sachen nicht allein ein besonderer Liebhaber vnd Beförderer ist / sondern daß der Anfang vnd Grunde den jenigen / so sich darinnen zu üben willens zu wissen für hochnötig geachtet / vnnd durch sein vielfältiges nachfragen experimentiren vnnd außsinnen / den gewaltigen vnd groben Irꝛthumb vermercket / dariñen gemeine Feldtmässer alle mit einander stecken / vnd daher in Kauffen vnd Verkauffen grosser vnd augenscheinlicher irꝛthumb vorgehet / In dem Kauffer vnd Verkauffer vnwissent offtmals nicht vmb etliche schuch oder Ruten / sondern vmb viel mehrmals / nach dem das Feldt groß oder klein ist / so gemässen / vernachtheilet wird: Wie dann solches durch vielfältiges / vnd auff das aigentlichest angestelte rechnen offtermals / ist offenbahr worden / vnd durch solch Ihr Gestr: Subtiles nachsinnen / vnd antreiben zu scharffer vnd gründtlicher Rechnung endlich ist so viel vermercket worden / daß zwar der *modus*, vnnd die *Demonstratio Euclidis* für sich selbsten gar gerecht sey / aber in dem Practiciren / oder wañ man es ins Werck richten will / gar leichtlich / ja gleichsamb vnvermeidtlich gefählet wird / In dem die Wagrechte Lini (Perpendicular) gar selten kan auff das Subtileste vnd schärffeste gefunden werden / vnnd solches dahero rühret / dieweil auß wenigen Quadraten die rechte vnd natürliche gevierdte Wurtzel kan außgezogen werden. Wann dann allein / vermittelst der Perpendicular nach *Euclide*, in dem andern Buch der Innhalt eines Triangels gefunden wird / So ist leicht zuerachten / wann es nur ein wenig fählet an der Perpendicular / daß solches sich hernach im multipliciren / vnnd so vielen Triangeln gantz mercklich befinde / vnd der rechte vnnd aigentliche Innhalt nicht herauß komme. Will deß langen vnd irꝛigen wegs / so hierinnen muß gebraucht werden / nicht gedencken. Geschicht nun diß / wann man die Perpendicular auff jetzt gedachten *Euclidis* weg suchet / Was meinest du günstiger Leser / was für grosser Irꝛthumb sich eraigene / wann die gemeine Feldtmässer die Perpendicular nur mit dem Zirckel / nach gemeinen brauch / vnd gar nicht *Arithmetice* nemen? Solchen vngelegenheiten abzuhelffen / so viel müglich / hab ich den andern

weg

weg auch setzen wollen / da man die Perpendicular nicht bedarff / Vnd weil solcher deßhalben auch viel leichter ist / als der vorige / vnd bißhero nur in gantzen Zahlen vorgegeben worden / als hab ich solchen weitläufftiger erklären wollen / wie dann an seinem ort zusehen ist. Hab auch solchen / was aigentlicher befunden / In dem er mit dem Innhalt nach der Coß gerechnet / auch biß auff die Essel vnd ferners eintrifft / da doch der vorige weiters von beeden außschlägt. Wiewol sie alle drey billich solten gantz übereinkommen / wañ man die gevierdte Wurtzel gantz aigentlich haben könte.

Dieweil aber auch in diesem andern weg / allezeit die drey seiten eines Triangels müssen in gewisser maaß bekandt seyn: Im Feldt / Waldt / vnnd Teychmässen aber man solche keines wegs allezeit haben kan / man suche sie dann erstlich durch vielfältiges Rechnen / durch die *tabulas Sinuum*, oder *Tang:* vnd *Seccant:* vnnd würde also ein gedoppelte Rechnung oder arbeit: So habe ich der sachen noch schärffer nachgedacht / vnd einen *modum* erfunden / vnd zum Beschluß vmbständtlich gelehret / dardurch man ohne wissenschafft aller vnd jeder dreyer seiten den Iñhalt gantz leicht vnd geschwindt haben möge. Vnd ob wol auch in diesem weg die Perpendicular gesuchet wird / so kan sie doch viel aigentlicher durch die *Tabulam Sinuum* gefunden werden / als durch außziehung der gevierdten Wurtzel jmmermehr geschehen kan. Auß diesen erzehlten vrsachen / bin ich von Ihr Gestr: dahin gehalten worden / die letzten Propositiones deß andern Buchs *Euclidis* weitläufftiger / doch aigentlicher zuerklären / vnd den Nutz den Innhalt (*aream*) zufinden / vmbständtlich vor die Augen zustellen.

Was nun den *Methodum*, das ist / die arth zu Demonstriren in diesen 6. Büchern belanget / hab ich mich eben der Freyheit angemasset / die vor der zeit andere auch gebraucht haben. Daß ich nemlich nicht allenthalben die gemeine vnd bräuchliche art zu demonstriren gehalten hab / sondern mich viel mehr nach der aigenschafft vnserer Deutschen Sprach / sonderlichen aber nach der bequemligkeit (*captu*) deß Lesers gerichtet / Wie ich nemlichen vermeinet / daß der günstige Leser am leichtesten vnd besten die sachen verstehen möchte / wie dañ in vielen orten zusehen: Auß welcher vrsach dann auch viel *Compendia* vnnd kurtze weg seyn eingebracht worden / welche zum theil ich von ob vnd wol gedachtem Edlen vnd Gestrengen Herrn ꝛc. bekomen / zum theil auß *Clavio* genommen / zum theil von mir selbsten erfunden seyn: Alles / wie gesagt / zu dem ende / daß ja an nichts mangele / damit der Leser diese 6. Bücher möge recht vnd gründtlich / auch ohne einen Lehrmeister / verstehen lernen.

Belanget aber noch etliche Griechische *terminos* oder wörter / die ich im verdeutschen hab behalten / die hab ich alle / jedwedrs an seinem ort erkläret / was dadurch in vnserer Deutschen Sprach verstanden werde / also das hoffentlich hierin auch kein mangel erscheinen wirdt.

Was dann Schließlichen die Verdolmetschung dieser 6. Bücher an jhme selbsten belanget / so habe ich gethan / als viel mir müglich gewesen / nicht allein im *stylo*, sondern auch im Reissen der Figuren. Demnach sie alle in rechter Proportion von mir seyn gerissen worden / Welches dann fürwahr einen grossen behelff gibt / die sachen recht zuverstehen. Dann der günstige Leser soll wissen / daß diese Figuren alle seyn von newem gerissen vnd geschnitten worden.

Bitte hiemit alle Leser dieser 6. Bücher / die wollen solche vorsorg / anbringen / vnd Verlag deß obgenandten Edlen vnd Gestrengen Herrn ꝛc. erkennen / Auch mein willige gehabte Mühe vnd fleiß günstig jhnen gefallen lassen.

ENDE.

Das Erste Buch
EVCLIDIS

weg auch setzen wollen / da man die Perpendicular nicht bedarff / Vnd weil solcher deßhalben auch viel leichter ist / als der vorige / vnd bißhero nur in gantzen Zahlen vorgegeben worden / als hab ich solchen weitläufftiger erklären wollen / wie dann an seinem ort zusehen ist. Hab auch solchen / was aigentlicher befunden / In dem er mit dem Innhalt nach der Coß gerechnet / auch biß auff die Essel vnd ferners eintrifft / da doch der vorige weiters von beeden außschlägt. Wiewol sie alle drey billich solten gantz übereinkommen / wañ man die gevierdte Wurtzel gantz aigentlich haben könte.

Dieweil aber auch in diesem andern weg / allezeit die drey seiten eines Triangels müssen in gewisser maaß bekandt seyn: Im Feldt / Waldt / vnnd Teychmässen aber man solche keines wegs allezeit haben kan / man suche sie dann erstlich durch vielfältiges Rechnen / durch die *tabulas Sinuum*, oder *Tang*: vnd *Seccant*: vnnd würde also ein gedoppelte Rechnung oder arbeit: So habe ich der sachen noch schärffer nachgedacht / vnd einen *modum* erfunden / vnd zum Beschluß vmbständtlich gelehret / dardurch man ohne wissenschafft aller vnd jeder dreyer seiten den Iñhalt gantz leicht vnd geschwindt haben möge. Vnd ob wol auch in diesem weg die Perpendicular gesuchet wird / so kan sie doch viel aigentlicher durch die *Tabulam Sinuum* gefunden werden / als durch außziehung der gevierdten Wurtzel jmmermehr geschehen kan. Auß diesen erzehlten vrsachen / bin ich von Ihr Gestr: dahin gehalten worden / die letzten Propositiones deß andern Buchs *Euclidis* weitläufftiger / doch aigentlicher zuerklären / vnd den Nutz den Innhalt (*aream*) zufinden / vmbständtlich vor die Augen zustellen.

Was nun den *Methodum*, das ist / die arth zu Demonstriren in diesen 6. Büchern belanget / hab ich mich eben der Freyheit angemasset / die vor der zeit andere auch gebraucht haben. Daß ich nemlich nicht allenthalben die gemeine vnd bräuchliche art zu demonstriren gehalten hab / sondern mich viel mehr nach der aigenschafft vnserer Deutschen Sprach / sonderlichen aber nach der bequemligkeit (*captu*) deß Lesers gerichtet / Wie ich nemlichen vermeinet / daß der günstige Leser am leichtesten vnd besten die sachen verstehen möchte / wie dañ in vielen orten zusehen: Auß welcher vrsach dann auch viel *Compendia* vnnd kurtze weg seyn eingebracht worden / welche zum theil ich von ob vnd wol gedachtem Edlen vnd Gestrengen Herrn ꝛc. bekom̃en / zum theil auß *Clavio* genommen / zum theil von mir selbsten erfunden seyn: Alles / wie gesagt / zu dem ende / daß ja an nichts mangele / damit der Leser diese 6. Bücher möge recht vnd gründtlich / auch ohne einen Lehrmeister / verstehen lernen.

Belanget aber noch etliche Griechische *terminos* oder wörter / die ich im verdeutschen hab behalten / die hab ich alle / jedwedrs an seinem ort erkläret / was dadurch in vnserer Deutschen Sprach verstanden werde / also das hoffentlich hierin auch kein mangel erscheinen wirdt.

Was dann Schließlichen die Verdolmetschung dieser 6. Bücher an jhme selbsten belanget / so habe ich gethan / als viel mir müglich gewesen / nicht allein im *stylo*, sondern auch im Reissen der Figuren. Demnach sie alle in rechter Proportion von mir seyn gerissen worden / Welches dann fürwahr einen grossen behelff gibt / die sachen recht zuverstehen. Dann der günstige Leser soll wissen / daß diese Figuren alle seyn von newem gerissen vnd geschnitten worden.

Bitte hiemit alle Leser dieser 6. Bücher / die wollen solche vorsorg / anbringen / vnd Verlag deß obgenandten Edlen vnd Gestrengen Herrn ꝛc. erkennen / Auch mein willige gehabte Mühe vnd fleiß günstig jhnen gefallen lassen.

E N D E.

Das Erste Buch

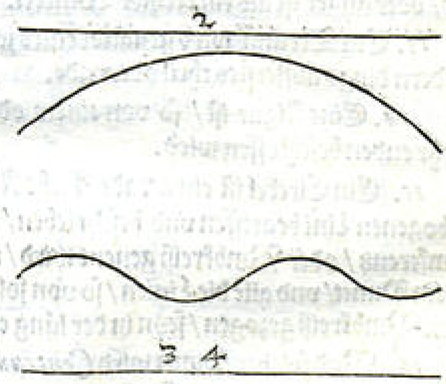
EVCLIDIS

[illegible]

Das Erste Buch EVCLIDIS.

Die Beschreibung (definitiones.)

Die Beschreibung in diesem vnd folgenden Büchern EVCLIDIS seyn nichts anders / als erklärungen etlicher Sachen vnd Wörter / so zu dem *demonstrirn* der *Propositionen* erfordert werden.



1. EIN Punct ist / daß da vnzertheilig ist / oder das in zwey oder mehr kleinere theil nicht kan getheilet werden.

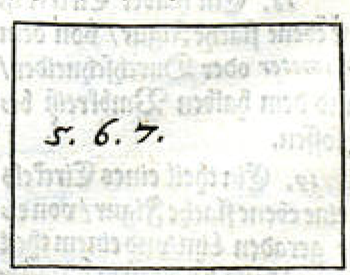
2. Eine Lini ist eine länge ohne dicke vnd braite.

NOTA. Es seyn der Linien eigentlich dreyerley. Die 1. ist ein gerade schnurebene Lini / Die 2. ein gebogene oder Circkel Lini / von diesen beeden Linien handelt allhier EVCLIDES, Die 3. ist ein geflochtene oder gewundene Lini / so sonsten eine Schlangen Lini genennet wird / deren Nutz ist vornemlich in *Architectura*.

3. Einer Lini *termin*, oder eusserste thail seind Puncten / das ist / eine Lini fängt sich von einem Punct an / vnd endet sich mit einem Punct.

4. Eine gerade Lini ist / so schnureben zwischen zweyen Puncten ligt oder stehet.

5. Eine blosse fläche oder ebene ist / die eine länge vnd eine braite hat / aber keine dicke. Superficies



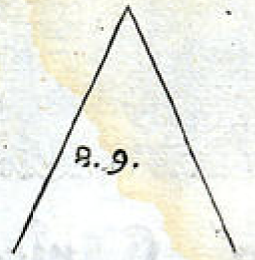
6. Einer fläch oder ebene Termin oder Ende seyn Linien.

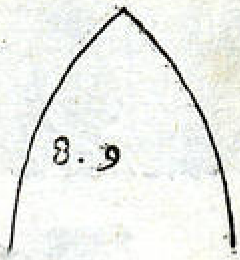
7. Eine gerade fläche ist / so schnureben zwischen / oder innerhalb jhrer geraden Linien stehet.

Exempel:

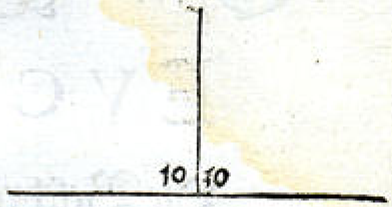
Als die Fläche vnd auff das schönste Polirte seiten eines Marmelsteins.

8. Ein Winckel auff einer geraden fläche ist/wann zwo Lini auff einer geraden fläche/ mit dem einen ende einander berüren/ mit dem andern aber nicht.

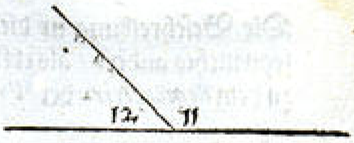




9. Wann aber die jenigen Linien/so diesen Winckel machen/gerad seyn/so wird er ein gerad oder recht Linischer Winckel genandt.



Rectus. 10. Wann eine gerade Lini auff einer geraden Lini stehet/ vnd die zween Winckel/so solchs anrüren dieser geraden Lini macht/ einander gleich sein/so werden sie rechte Winckel geheissen. Vnd die jenige gerade Lini/ so auff der andern stehet/ wird *perpendicular*, Wagrecht genandt/ der jenigen / auff welcher sie stehet.

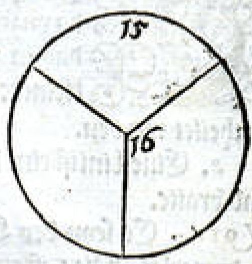


Obtusus. 11. Ein weiter Winckel ist/der da grösser/ oder weiter ist als ein rechter Winckel.

Acutus. 12. Ein scharffer Winckel ist/ der da kleiner / oder änger ist als ein rechter Winckel.

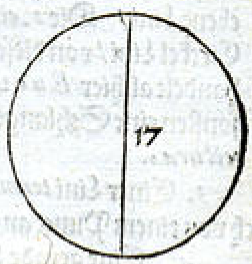
13. Ein Termin/wird genandt eines jedwedern dings äusserstes theil oder ende.

14. Eine Figur ist/ so von einem oder mehr enden beschlossen wird.



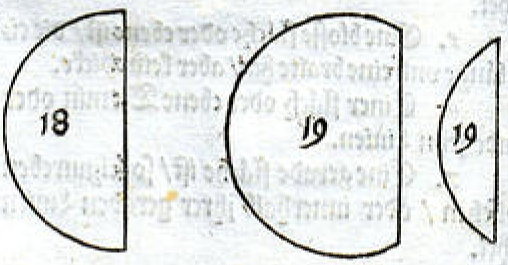
15. Ein Circkel ist ein gerade flache Figur / mit einer gebogenen Lini begriffen vnd beschrieben / welche die Circumferentz / oder Vmbkreiß genent wird / in diesem mittel ist ein Punct/ vnd alle die Linien / so von solchem Punct zu dem Vmbkreiß gezogen / seyn in der läng einander gleich.

16. Vnd solcher Punct wird *Centrum* geheissen/ das ist/ der Mittelpunct eines Circkels.



17. Der *Diameter*, oder Durchschneider eines Circkels / ist eine gerade Lini die durch das *Centrum* gehet / vnnd mit jhren Enden den vmbkreiß deß Circkels berühret / vnnd also den Circkel inn zween gleiche Theil abtheilet.

18. Ein halber Circkel ist eine ebene flache Figur / von dem *Diameter* oder Durchschneider / vnnd dem halben Vmbkreiß beschlossen.

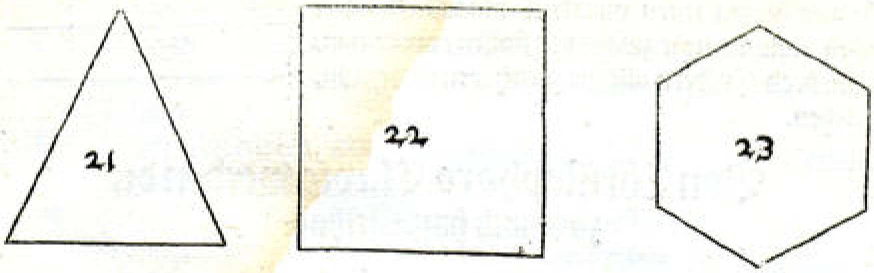


19. Ein theil eines Circkels ist eine ebene flache Figur / von einer geraden Lini/vnd einem theil deß vmbkreiß beschlossen / grösser oder kleiner / als ein halber Circkel.

20. Gerade vnd rechtlinische Figuren seyn / die von geraden / vnd nicht gebogenen Linien begriffen/ oder beschlossen werden.

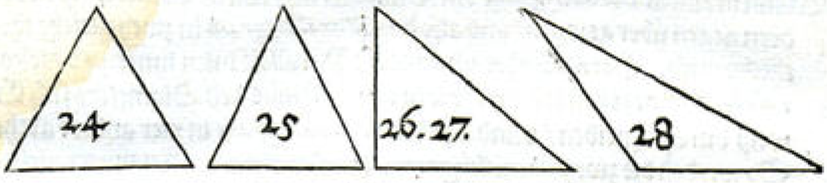
21. Drey,

21. Dreyseitige Figur/ die von dreyen geraden Linien beschlossen werden.



22. Vierseitige/ die von vier geraden Linien beschlossen werden.

23. Vielseitige/ die von mehr als vieren geraden Linien beschlossen werden.



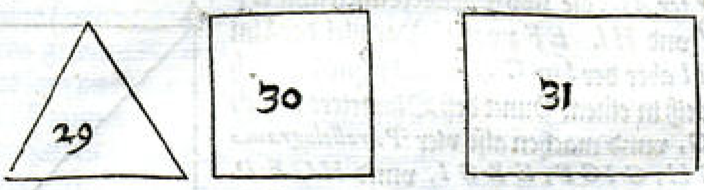
24. Vnter den dreyseitigen Figuren oder Triangeln/ ist ein Triangel der drey gleiche seiten hat/ vnd gleichseitig genennt wird. Æquilaterum triangulum.

25. Item/ einer der nur zwo gleiche seiten hat/ mag Gleichfüßig genant werden. Isoceles.

26. Item/ einer der drey vngleiche seiten hat/ oder ein vngleichseitiger Triangel. Scalenum.

27. Vber diß seyn vnter den dreyseitigen Figuren oder Triangeln/ erstlich ein Winckelrechter Triangel/ der einen rechten Winckel hat. Orthogonion.

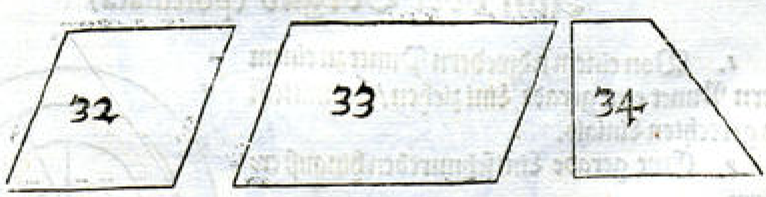
28. Zum andern/ ein Weiteckichter Triangel/ der einen weiten Winckel hat. Ambligonion.



29. Zum dritten/ ein Scharffeckichter Triangel/ der drey scharffe Winckel hat. Oxygoniū.

30. Der vierseitigen Figuren/ wird eine ein Quadrat oder Winckelrecht genandt/ welche vier gleiche seiten/ vnd vier rechte Winckel hat. Quadratū.

31. Die andere vnter den vierseitigen Figuren/ hat zwar vier rechte Winckel/ aber nicht vier gleiche seiten/ vnd wird *rectangulum*, oder eine überlängte Winckelrechte vierung genandt. Parallelogram.

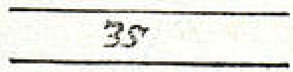


32. Die dritte hat vier gleiche seiten/ aber keinen rechten Winckel/ wird sonst ein geschrägte vierung genandt. Rhombus.

33. Die vierde/ hat zwar die seiten vnnd Winckel die gegen einander über stehen/ einander gleich/ aber hat nicht gleiche seiten noch Winckel/ wird eine geschrägte überlängte vierung genandt. Rhomboides.

34. Die andern vierseitigen Figuren alle miteinander/ ausser dieser vieren/ werden *Trapetia* oder vngleiche vierung genennet.

35. Gerade Parallel Linien seyn / welche auff einer geraden fläche seyn / vnd so sie auff beeden seiten vnendlich hinauß erlängert werden / nimmermehr zusammen stossen / oder einander anrüren / sondern allezeit gleich weit von einander stehen.

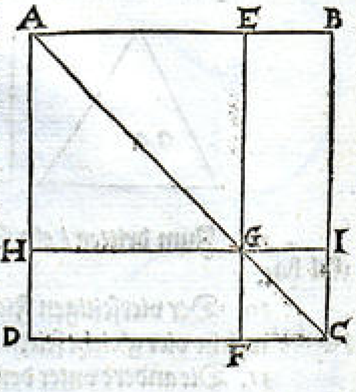


Von Christophoro Clavio werden die zwo noch hinzu gethan.

1. Ein *Parallelogram* ist ein Vierseitige Figur / dessen zwo seiten / so gegen einander über seyn / durchauß gleich weit von einander stehen.
2. Wann in einem *Parallelogram* ein Diameter auß einem Winckel biß in den andern gegen über gezogen / vnd also das *Parallelogram* in zwey gleiche theil getheilet wird. Hernach aber zwo andere Parallel Linien innerhalb dieses *Parallelogram* gezogen werden / die in einem Punct deß Diameters sich Creutzweiß durchschneiden / vnnd also das *Parallelogram* in vier andere abtheilen. So werden die zwey *Parallelogram*, durch welche der Diameter nicht gehet *Complement*, das ist / Außfüllung genennet. Die andern zwey / durch welche der Diameter gehet / werden *Parallelogram* genennet / so vmb den Diameter stehen.

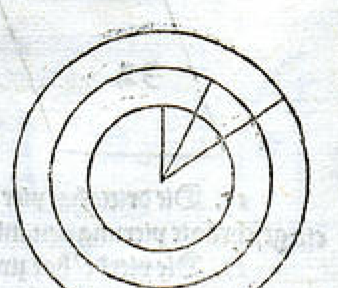
Erklärung.

Das fürgenommene Parallelogram sey A B C D, der Diameter *AC*, die zwo Parallel Linien seyn *EF* vnd *HI*. *EF* zwar ist Parallel der Lini *BC*. *HI* aber der Lini *CD*, durchschneiden sich Creutzweiß in einem Punct deß Diameters / welcher ist *G*, vnnd machen also vier *Parallelogram* *AEGH*, *GICF*, *EBGI*, vnnd *HGFD*. Die zwey *Parallelogram*, durch welche der Diameter *AC*, nicht gehet / als *EBGI*, vnd *HGFD*, werden *Complement* oder Außfüllungen genandt. Die andern zwey aber / durch welche der Diamer gehet / als *AEGH*, vnd *GICF*, werden *Parallelogram* geheissen / so vmb den Diamer seyn oder stehen.



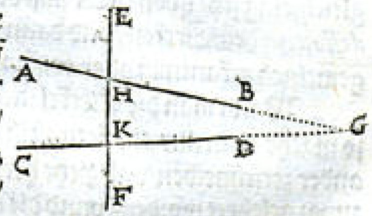
Auff oder Vorgab (postulata)

1. Von einem jedwedern Punct zu einem andern Punct eine gerade Lini ziehen / vermittelst eines gerechten Linials.
2. Eine gerade Lini schnurEben hinauß erlängern.
3. Auß einem gegebenen *Centro* vnd weite einen Circkel beschreiben.



Allgemeine Wissenschafft oder erkäntnuß.
(Communes notiones)

1. Wieviel ding ein jedes insonderheit / einem andern gleich seyn / die seyn alle vntereinander gleich.
2. So gleiche ding zu andern gleichen dingen gethan werden / so seyn sie hernach einander gleich: Oder / so gleiches zu gleichen gethan wird / so kommen gleiche herauß.
3. So von gleichen dingen gleiches genommen wird / so seyn auch die überbleibende ding einander gleich.
4. So vngleichen dingen / gleiche zugethan werden / so bleiben sie vngleich.
5. So von vngleichen dingen / gleiche genommen werden / so seyn auch die übrigen einander vngleich.
6. Alle die jenigen dinge / so ein jedes insonderheit gegen einem andern gehalten wirdt / vnnd noch so groß oder viel ist / als dasselbige ist / die seyn einander gleich.
7. Alle die jenigen ding / so ein jedes insonderheit gegen einem andern gehalten wird / vnnd halb so groß oder viel ist / als dasselbige ist / die seyn auch einander gleich.
8. Wann zwey oder mehr ding sich durchauß zusammen schicken / vnd keines das ander in der länge / dicke oder brayte übertrifft / die seyn einander gleich.
9. Ein gantzes ding ist grösser dann seiner theil eines.
10. Alle rechte Winckel seyn einander gleich.
11. So eine Lini über zwerch über zwo Linien gezogen wird / vnnd auff einer seiten die zween innere Winckel scharff seyn / vnnd solche zwo Lini auff der selben Seiten / da die scharffen Winckel seyn / hinauß erlängert werden / so müssen sie einesmals zusammen stossen. Als auff die zwo Linien AB, vnd CD, falle oder werde gezogen die Lini EF überzwerch / vnnd seyn die zween innern Winckel / als BHK, vnnd DKH scharffe Winckel / Derohalben wann diese zwo Linien erlängert werden / so stossen sie zusammen / als im G, wie auß beygesetzter Figur leichlich zuersehen.



12. Zwo gerade Lini / beschliessen keine Figur.

Deß Ersten Buchs EVCLIDIS

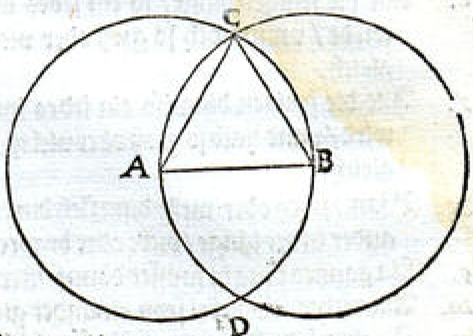
Die I. Proposition.

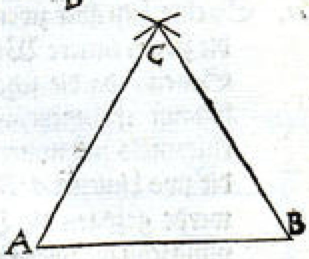
PROBLEMA I.

Auff ein gerade Lini einen gleichseitigẽ Triangel setzẽ oder machẽ.

Die gerade Lini sey A B, darauff soll man einen gleichseitigen Triangel setzen/das geschicht also:

Nimb einen Zirckel/ vnd setze den einen fuß auff das *A* oder *B*, wo du wilt/vnd strecke den andern auß nach der länge der Lini/vnd mach einen rundẽ Circkel: Als zum Exempel/setze den einen fuß auff das *A*, vnd erstrecke den andern biß auff das *B*, vnd mach einen Circkel der sey *CBD*. Darnach setze den fuß auff das *B*, vnd in gleicher weite oder außstreckũg deß Zirckels/ mache wider einen Circkel/ der sey *CAD*, Diese zween Circkel werden sich zerschneiden im Punct *C*, von solchem Punct *C*, ziehe auff die ende der Lini *A* vñ *B*, gerade Linien/so hastu der Proposition genůg gethan. Das aber dieser Triangel gleichseitig sey/ ist offenbar auß der beschreibung oder *definition* deß Circkels/vnd dann auch nach der ersten gemeinen erkantnuß oder wissenschafft.





Wann man die Circkel nicht gantz reissen will/ so mache man nur ein kreutzlein/ wo die Circkel einander zerschneiden/vnd ziehe hernach die Linien/ wie zuvor gelehret worden/ vnnd die ander hiebey gesetzte Figur außweiset.

PROBLEMA II.

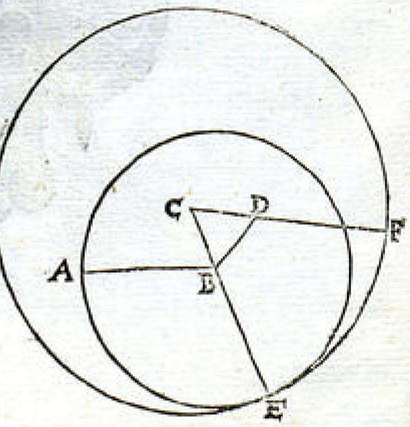
Die II. Proposition.

Auß einem gegebenen punct eine Lini ziehen/die gleich so lang sey als ein vorgegebene Lini.

Dieser Proposition kan vermittelst deß Zirckels gar leichtlich genůg geschehen/nemlich also: Man erstrecke/ oder thue den Zirckel so weit auff/ so lang die gegebene Lini ist/hernach setze man deß Zirckels einen fuß auff das gegebene punct/vñ mache mit dem andern fuß auch einen punct/ Diese zwen punct hängẽ man zusammen durch eine gerade Lini/so ist der Proposition genůg geschehen.

Die demonstration aber ist also:

Die gegebene Lini ist *AB*, der Punct *D*, davon soll ein Lini gezogen werden/ die der gegebenen *AB* gleich sey. Der eine fuß deß Zirckels soll gesetzt werden auff das *B*, vnd in der weiten *BA*, ein Circkel gerissen werden/ welcher sey *AE*, darnach soll das *B* vnd *D* durch eine Lini zusam̃en gehängt/ vnd auff solche Lini *BD* ein gleichseitiger Triangel gemacht werdẽ/welcher sey *BDC*, die Lini *CD* soll erlängert werden biß in das *E*, hernach auß dem *centro* *C*, vnd in der weiten *CE* ziehe man einen Circkel der ist *EF*.



Nun

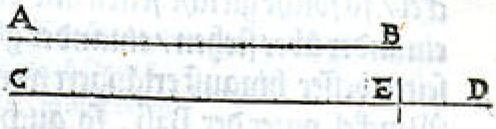
Nun ist offenbar das die zwo Lini / als CF, vnd CE einander gleich seyn / als die auß dem *centro* C zu dem Vmbkreiß oder Circumferentz gezogen seyn. So seyn auch die zwo Lini ED vnnd CB einander gleich / dieweil der Triangel CDB gleichseitig ist. So nun CD von CF, vnnd CB von CE genommen wird / Nemlich gleiches von gleichem / so bleiben auch die übrigen zwo Lini / als DF, BE, einander gleich. BE aber ist der gegebenen Lini AB gleich / Dieweil sie auß dem *centro* B zur Circumferentz AE gezogen seyn / so folget nun / daß auch DF der gegebenen Lini AB gleich sey / nach anzeigung der ersten gemeinen erkantnuß ꝛc.

PROBLEMA III.

Die III. Proposition.

Wan man zwo Lini vngleicher länge hat / Wie man von der längern eine soll abschneiden / die der kleinern gleich sey.

DIE Proposition ist leichter dañ leicht / Man neme mit einem Circkel die länge der kleinern Lini / vnd trage dieselbe auff die längern Lini / vnd mache einen Punct oder kleinen Circkelriß / so ist der Proposition gnūg geschehen.



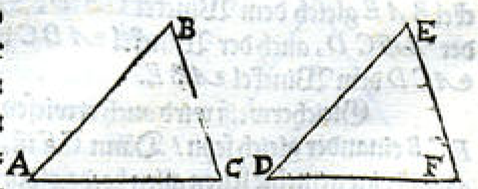
THEOREMA I.

Die IV. Proposition.

Wenn in zweyen Triangeln zwo seiten eines / gleich sein zweyen seiten deß andern / ein jede insonderheit der andern / auch die zween Winckel / so von solchen gleichen seiten beschlossen werden / einander gleich seyn / So werden auch die Bases oder Grundtseiten / das ist / die dritte seiten der Triangel einander gleich seyn / vnd die zween Triangel durchauß sich mit einander vergleichen / auch die andern Winckel so von gleichen seiten vnterzogen / werden einander gleich seyn.

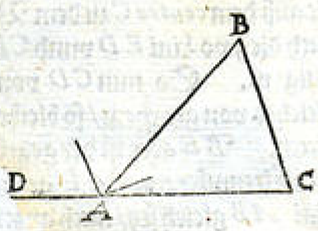
DUrch ein Exempel kan dise Proposition am besten verstanden werden / wiewol sie vorhin so klar vnd vnd verständlich / daß ein jeder / der mit geringer vernunfft begabt ist / bekennen muß / daß es jhm also sey / wie die Proposition vorgibet.

Die zween Triangel seyn ABC vnd DEF, nun sagt die Proposition / wañ die zwo seiten AB vnnd AC, gleich seyn den zweyen seiten / DE vnnd DF deß andern Triangels / ein jede insonderheit der andern / als AB der DE, vnnd AC der DF. Ferners wañ auch der Winckel BAC gleich sey dem Winckel EDF, nemlich von gleichen seiten BA, AC, vnnd FD, DE beschlossen / so müsse auch die *Basis* BC gleich seyn der *Basi* EF, vnd die andern Winckel / als BCA vnd ABC den zweyen Winckeln EFD vnd DEF gleich seyn / nemlich von gleichen seiten / als AC, DF, vnd AB, DE, vnterzogen / vnd der gantze Triangel ABC gleich seyn dem Triangel DEF. Dann wañ man das ende D leget auff das A, so kompt das end E geradt auff das B, vnd das end F auff das C, so muß dann notwendig die *Basis* EF gerad auff die *Basin* BC kommen.



Wann

Wann man allhier vnd sonsten sagt / der Winckel *B A C*, so verstehet man den Winckel *A* hineinwerts in den Triangel / welche solche zwo Linien *B A*, vnd *C A* mit jhrem zusammen stossen in *A* machen. Als wann man in nechstfolgender Figur sagt: Der Winckel *B A D*, so verstehet man nimmer den Winckel *A* hinein / sondern hinaußwerts / als welchen die zwo Linien *B A*, vnd *D A* beschliessen / Welches dann sehr leicht zuverstehen ist.

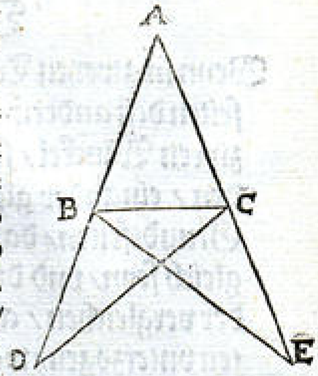


THEOREMA II.

Die V. Proposition.

IN den Triangeln / so zwo gleiche seiten haben / seyn die zween Winckel / so solche gleiche seiten mit der Basi machen / vnd gegen einander über stehen / einander gleich: Vnd so solche gleiche seiten besser hinauß erlängert werden / so seyn auch die zween Winckel vnter der Basi, so auch gegen einander über stehen / einander gleich.

DER Triangel sey ABC, dessen zwo seiten als AB vnd AC einander gleich seyn / Nun sagt die Proposition / daß die zween Winckel / als *A B C*, vnd *A C B*, so die *Basis B C* mit den zweyen gleichen seiten macht / einander gleich seyn. Vnd so diese zwo seiten weiter hinauß erlängert / werden so werden auch die zween Winckel vnter der *Basi* / als *C B D*, vnd *B C E* auch einander gleich seyn. Das nun dieses wahr sey / wird also bewiesen: Man erlängere *A B* biß an das *D*, vnd *A C* biß an das *E*, also das *A E* gleich sey der Lini *A D*, hernach ziehe man die Lini *B E* vnd *C D*, Nun sage ich / daß die zween Triangel *B A E*, vnnd *C A D* einander gleich seyn / vnd solches auß beweiß der vorhergehenden Proposition.



Dann die zwo seiten deß Triangels *B A E*, als *B A* vnd *A E* seyn gleich den andern zweyen seiten deß Triangels *C A D*, als *C A* vnd *A D*, so ist auch der Winckel *B A E* gleich dem Winckel *C A D*, Darumb muß auch die *Basis B E* gleich seyn der *Basi C D*, auch der Winckel *A D C* dem Winckel *A E B*, vnnd der Winckel *A C D* dem Winckel *A B E*.

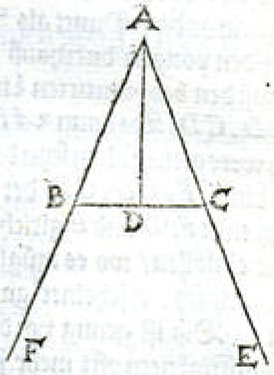
Gleicherweiß wird auch erwiesen / daß die zween Triangel als *C B D* vnnd *E C B* einander gleich seyn / Dann *C E* ist gleich der *B D*, vnnd *B E* der *C D*. *B C* aber ist eine gemeine seiten allen beeden / darumb folget / daß auch die übrigen Winckel einander gleich seyn / Als nemlich: *C B E* dem Winckel *B C D*, vnd dann der Winckel vnter der *Basi B C E*, dem andern Winckel vnter der *Basi C B D* der gegenüber stehet / das zuerweisen wahr.

Also hinwiderumb / weil die zween Winckel *A C D* vnnd *A B E* einander gleich seyn / vnd von jhnen beeden insonderheit die zween gleiche Winckel *B C D* vnd *C B E* genommen werden / so folget / daß die übrigen zween Winckel / als *A C B*, vnd *A B C* einander gleich seyn / welche die zwo gleiche seiten *A C* vnnd *A B* mit der *Basi B C* machen. Vnd ist also die Warheit dieser Proposition erwiesen.

Kurtze

Kurtze/ Neue/ vnd sehr leichte Demonstration dieser Proposition/ vermittelst der nechst vorgehenden vnd der 9. 10. vnd 13. Proposition/ welche auß der massen leicht seyn.

Durch die 9. vnd 10. Proposition werde der Triangel ABC vnd die Basis BC in zwey gleiche theil getheilet/ durch die Lini AD, vnd AB erlängert biß in das F, vnd AC biß in das E, So ist allbereit erwiesen/ das der Winckel ABD gleich sey dem Winckel ACD, dann die zween Triangel als ADC vnnd ADB seind einander durchauß gleich/ dann AB ist gleich der AC, auß vorgab dieser Proposition/ BD ist gleich der DC, vnd AD ist allen beeden gemein. Darumb so seyn auch alle Winckel einander gleich.



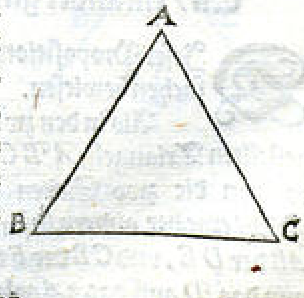
Das aber auch die andern zween Winckel vnter der Basi, als DBF vnd DCE einander gleich seyn/ das wird also erwiesen: Die gerade Lini DB, so auff die gerade Lini AF fällt/ wie auch die DC auff AE, machet zween Winckel/ zweyen rechten Winckeln gleich. So nun die zween gleiche Winckel/ als ABD vnd ACD von zweyen rechten Winckeln genommen werden/ so folget/ daß auch die zween übrigen Winckel von zweyen rechten/ als DBF, vnd DCE einander gleich seyn müssen/ denn so gleiches von gleichem genommen wird etc. 13. Prop.

THEOREMA III.

Die VI. Proposition.

So in einem Triangel zween Winckel einander gleich seyn/ so seyn auch die jenigen Seiten einander gleich/ welche solchen Winckeln vnterzogen seyn.

Diese Proposition ist nur die nechste vmbgekehret. Dann wie dieselbe bewiesen hat/ daß wann ein Triangel zwo gleiche seiten hat/ so seyn auch die zween Winckel/ so gegen solchen zweyen seiten über stehen/ oder das eben so viel ist/ so sie mit der Basi machen/ einander gleich. Diese kehret es vmb/ vnnd saget/ daß wann in einem Triangel zween Winckel einander gleich seyn: Als ABC dem ACB, so müssen auch die zwo seiten/ als AB, so dem Winckel ACB vnnd AC/ so dem Winckel ABC vnterzogen seyn/ einander gleich seyn. Bedarff keines weitern beweises/ dann es alles auß der vorgehenden klar vnd offenbar ist.



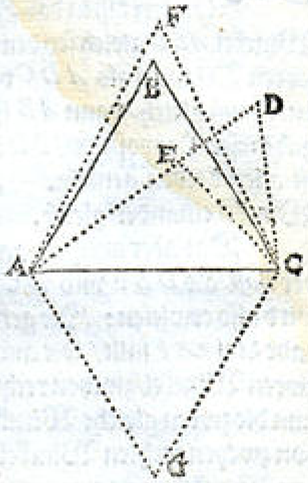
THEOREMA IV.

Die VII. Proposition.

Wenn von beeden enden einer geraden Lini/ zwo andere Linien gezogen werden/ die in einem Punct zusammen stossen/ so ist vnmüglich/ daß man andere zwo Linien eben von denselben

enden / vnd gegen derselbigen seiten außziehe / vnd doch in einem andern Punct zusammen stossen/vnd den andern beeden durchauß gleich seyn/ein jede insonderheit der andern.

DJe gegebene Lini sey AC, vnnd derselbigen ende A vnd C, von welchen zwo Linien gezogen werden/als AB vnd CB, die in dem Punct B zusammen stossen. Nun sagt die Proposition/daß es vnmüglich sey andere zwo Linien auß bemeldten enden A vnd C auff die seiten ziehen (auff welchen die vorigen zwo/als AB vnd CB stehen) vnd in einem andern Punct als B zusammen stossen/ vnnd doch den vorigen durchauß gleich seyn. Als zusehen ist auß den beypünctirten Linien/ AF, CF, AE, CE, AD, CD, Da dann AF, AD vnd AE, wo es müglich were gleich solten seyn der Lini AB, vnd widerumb die Lini CF, CD, CE, der Lini CB. Das ist/ das die drey ende F, D vnd E gleich mit dem ende oder Punct B solte einfallen/ wo es müglich were. Aber das es vnmüglich sey / erscheinet gantz klar auß beygesetzter Figur. Diß ist genug vor die Anfänger / die mit vielen weitläfftigkeiten offt mehr jrr gemachet/ als verständtlich vnterrichtet werden.



Auff die andere seiten ist müglich von offtbemeldten enden A vnnd C zwo Linien zuziehen / die in einem andern Punct als B, nemlich G zusammen stossen/ vnd doch den vorigen Linien durchauß gleich seyn / als in beygesetzter Figur AG zuersehen.

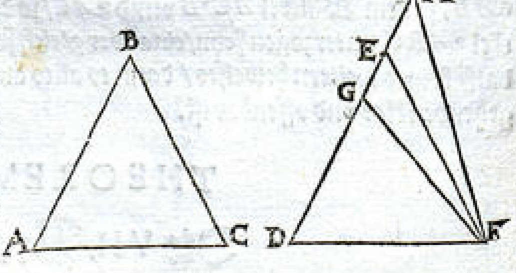
THEOREMA V.

Die VIII. Proposition.

So in zweyen Triangeln / die zwo seiten eines / gleich seyn / den zwo seiten deß andern / ein jede der andern insonderheit / auch die zwo Bases einander gleich seyn / so werden auch die zween Winckel / so von solchen gleichen seiten beschlossen werden / einander gleich seyn.

DJeser Proposition Warheit wird nur durch vngereumbte vnd vnmügliche sachen bewiesen.

Als in den zweyen vorgestellten Triangeln ABC, DEF, da seyn die zwo Seiten einander gleich/ eine der andern besonders/als AB der DE, vnd CB der FE. So nun das D auff das A gelegt wird / vnd F auff das C, so wird das E gerad auff das B kommen/ vnd also DE gerad über die Lini AB, vnd FE über die Lini CB sich reimen / vnnd die zween Winckel DEF, ABC, durchauß einander gleich seyn/ welches dann sehr leicht zuverstehen ist.



So aber einer wolte vorgeben/ die Seiten weren gleich/ aber die Winckel nicht/

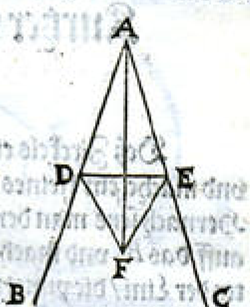
nicht/zum Exempel: Der eine were kleiner als DHF, so müste folgen/das daß AB, oder DE der Lini DH gleich sey/ nemlich ein theil eines gantzen / dem gantzen selbst/ welches dann gantz vngereumbt vnd vnmüglich ist. Also wann man wolt sagen/der Winckel DEF were grösser als DGF, vnd doch die seiten einander gleich/ so müste DG der DE gleich seyn/ welches auch vnmüglich ist.

PROBLEMA IV.

Die IX. Proposition.

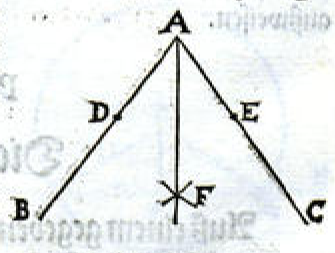
Wie man einen gegebenen Winckel in zwey gleiche theil oder Winckel abtheilen soll.

DER gegebene Winckel ist BAC, solle in zwey gleiche theil oder Winckel getheilet werden/ das geschicht also: Mit einem Zirckel neme man die weiten AD inn der Lini AB. Solcher AD werde auch in der andern Lini AC gleich genom̃en/welche ist AE, DE ziehe man zusammen/hernach mache man auff diese Lini DE einen gleichseitigen Triangel DEF, vnd endlich so ziehe man die Lini AF, Nun sage ich/das durch die Lini AF, der Winckel BAC,in zween andere gleiche Winckel abgetheilet sey. Als in DAF vnd EAF, dann die seiten DA deß Triangels DAF, ist gleich der seiten EA deß Triangels EAF, AF ist allen beeden gemein. Vnd die *Basis* DF, ist gleich der *Basi* FE, dieweil der Triangel DEF gleichseitig ist. Dieweil nun diese zween Triangel gleiche seiten vnd *Bases* haben/ so müssen auch die Winckel einander gleich seyn/ vnd derhalben der Winckel EAF dem Winckel DAF, welches zuerweisen gewesen.



Kurtzer weg auß dem Clavio.

AVß dem Centro A schneide man mit einem Zirckel zwo gleiche Lini ab/als AD vnd AE, hernach setze man den einen fuß in das D, vnnd mache ein kleines Rißlein bey dem F, gleicherweiß auß dem E, vnd wo diese Riß einander durchschneiden/ da mache man einen Punct/ von solchem Punct ziehe man eine Lini biß in das A, so ist der Winckel BAC in zween gleiche Winckel/ als BAF vnd CAF getheilet.

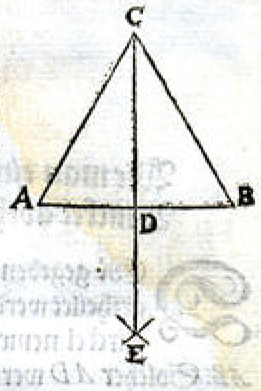


So aber solcher Winckel/ so gar kurtze seiten hette/ vnd zu ende an einer fläche stünde/ das jetzt gemelter weg nicht statt hette. So mache man die seiten einander gleich im D vnnd E, hernach setze man den fuß deß Zirckels in das D, vnnd mache ob dem A ein kleines Rißlein/ vnd auß dem E, auch eines/ vnnd von dem Punct F, da sie einander durchschneiden/ ziehe man eine Lini durch das A, so ist solcher Winckel auch gleich getheilet.

PROBLEMA V.

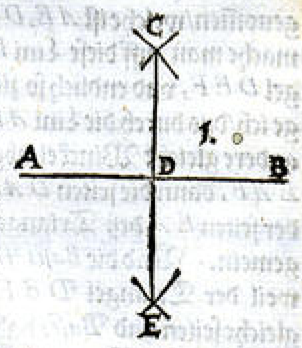
Die X. Proposition.

Eine gegebene Lini in zwey gleiche theil zertheilen.



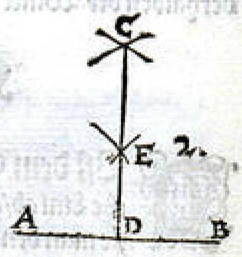
AUff die gegebene Lini *AB* werde ein gleichseitiger Triangel *ACB* gesetzet / vnd der Winckel *C*, welchem die gegebene Lini *AB* vnterzogen ist / werde durch die Lini *CD* in zween gleiche theil getheilet / so ist die Lini *AB* in Puncto *D* gleich zertheilet. Die Demonstration ist auß den vorigen Propositionen gnugsam bekandt.

Kurtzer weg auß Clavio.



1.

Deß Zirckels einen fuß setze man auff das *A*, vnd mache ein kleines Rißlein ob vnnd vnter der Lini / Hernach setze man den fuß in gleicher weit deß Zirckels auff das *B*, vnd mache auch zwey Rißlein ob vnd vnter der Lini / die punct wo diese Rißlein einander durchschneiden / als in *C* vnd *E*, ziehe man durch eine gerade Lini zusammen / so ist die Lini im punct *D* gleich zertheilet.



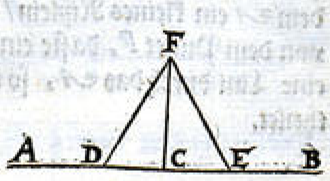
2.

Man setze den fuß deß Zirckels auff das *A*, vnnd mache ein Rißlein ob der Lini / vnd hernach in gleicher weite auß dem *B*, widerumb thue man den Zirckel änger zusammen / vnd mache wider solche Creutzrißlein / vnnd ziehe ein Lini durch die Punct der Creutzlein / biß auff die gegebene Lini / so ist sie gleich zertheilet wie die beygesetzten Figuren außweisen.

PROBLEMA VI.

Die XI. Proposition.

Auß einem gegebenen punct einer geraden Lini / eine Winckelrechte Lini ziehen / oder die auff der Lini perpendiculariter stehe / vnnd die zween Winckel so solche zwo Lini machen / rechte Winckel seyn.



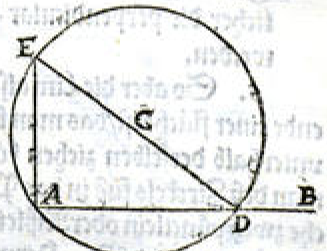
DIE gegebene Lini ist *AB*, vnd das punct derselben *C*, auß welchem die Lini *CF* solle gezogen werden / die auff der Lini *AB* perpendiculariter stehe / vnd die zween Winckel *FCE*, vnd *FCD* rechte Winckel seyn.

Nimb einen Zirckel / schneide zwey gleiche theil von der Lini *AB* ab / auff beeden seiten eine

CD, vnd CE, auff diese Lini DE soll ein gleichseitiger Triangel gesetzt werden / der sey DEF, von dem F ziehe eine Lini auff das Punct C, so ist der Proposition genug geschehen. Dann CD, DF, seyn gleich der CE vnd EF, vnnd CF ist allen beeden Triangeln gemein / Darumb seyn auch alle beede Triangel einander gleich / also auch die zween Winckel FCD vnd FCE, darumb müssen sie rechte Winckel seyn / vnd die Lini FC perpendicular der Lini AB.

Kurtzer vnd leichter wege / es sey das Punct gleich zu äusserst / oder wo es wolle in der gegebenen Lini.

MAnn neme einen Punct neben oder ausser der Lini / als C, darauff setze man den einen fuß deß Zirckels / vnnd erstrecke den andern biß auff das gegebene Punct A, vnnd in solcher weite reisse man einen Circkel / der sey EAD, welcher in D die Lini AB durchschneidet / von solchem Punct D werde eine gerade Lini durch das *Centrum* C biß in das E gezogen / welcher ist der Durchschneider oder Diameter deß Circkels. Nun auß dem Punct E ziehe man eine gerade Lini / in den gegebenen Punct A, die ist der fürgenommenen Lini AB perpendicular. Dann der Winckel EAD ist ein rechter Winckel / dieweil er stehet auff dem halben vmbkreiß deß Circkels (*in Semicirculo*) wie inn der 31. Proposition deß 3. Buchs wird erwiesen werden.

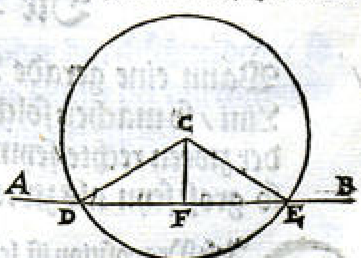


PROBLEMA VII.

Die XII. Proposition.

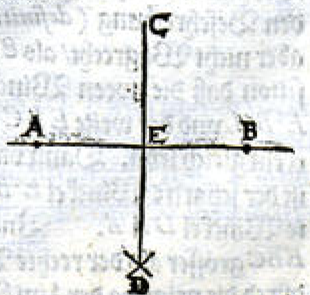
Von einem Punct / so ausser einer geendeter Lini stehet / eine perpendicular Lini / auff solche geendete Lini ziehen.

DAs Punct sey C, die vnendliche Lini AB, auß dem Punct C, beschreibe man einen Circkel / der die Lini AB in zweyen orten als D vnd E durchschneide. Solche Lini DE werde in zwey gleiche theil zertheilt in F, durch die Lini CF, welche der vorgegebenen Lini AB perpendicular ist. Dañ die zween Winckel CFE, CFD, so von gleichen Linië / als CE vnd CD vnterzogen werden / seyn einander gleich / vnd derhalben rechte Winckel. Dann die zween Triangel CFD vnd CFE, haben alle seiten vnd Winckel einander gleich.

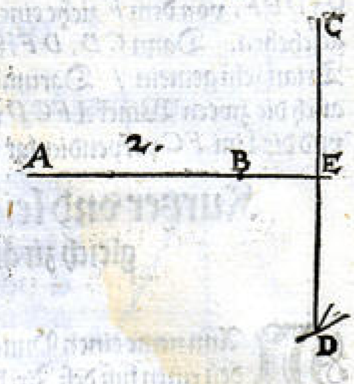


Kurtzer weg auß Clavio.

Man setze deß Zirckels fuß in das Punct C, vnnd mache zwey pünctlein in der Lini AB, die seyen AB, hernach setze man den Zirckelsfuß in das A, vnd mache vnterhalb ein Rißlein / bey dem D, vnd gleichesfalls auß dem B widerumb in gleicher weite ein Rißlein / die durchschneiden sich im Punct D. Nun ziehe man eine Lini auß dem C in das D, durch das E, so ist die Lini CE perpendicular der Lini AB.

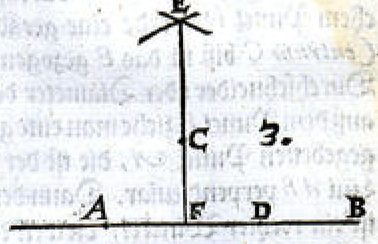


2. So aber der gegeben Punct zu äusserst einer fläche oder ebene were / vnd man nicht zwey Rißlein oder pünctlein in der Lini *AB* machen könte / wie jetzt geschehen ist / so neme man zween Punct nach gefallens in der Lini *AE*, auff die ander seiten / als *A* vnd *B*, darnach setze man deß Zirckels fuß in das *A*, vnnd erstrecke den andern biß in das *C*, vñ in solcher weite mache man ein Rißlein vnter der Lini bey dem *D*. Ferners setze man deß Zirckels fuß in das *B*, vnnd erstrecke den andern biß in das *C*, vnd mache wider ein Rißlein bey dem *D*, solche zween Punct als *C* vnnd *D* ziehe zusammen / so ist die perpendicular Lini *CE* gezogen.

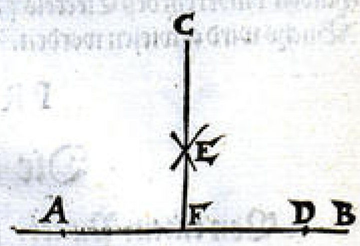


NOTA. Je weiter die zween Punct *A* vnd *B* von einander seyn / je eigentlicher die perpendicular Lini kan gezogen werden.

3. So aber die Lini also nahe bey einem ende einer fläche ist / das man kein Creutzrißlein vnterhalb derselben ziehen könte / So setze man deß Zirckels fuß in das Punct *C*, vnd mache zwey pünctlein oder Rißlein in der Lini *AB*, so da seyn *A* vnd *D*. Hernach setze man den fuß deß Zirckels in das *A*, vnnd mache ein Rißlein bey dem *E*, in gleicher weite mache man auch ein Rißlein auß dem *D*, bey dem *E*, Dann ziehe man auß dem *E* durch das *C* biß auff das *F*, so ist die Lini *CF* Perpendicular der Lini *AB*.



Gleicher weiß geschichts / so das gegebene Punct were das weiteste / als *C*, wie beygesetzte Figur außweiset.

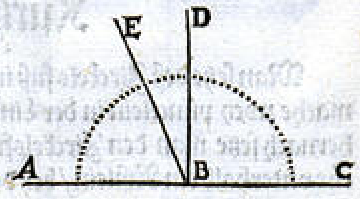


THEOREMA VI.

Die XIII. Proposition.

Wann eine gerade Lini stehet auff einer andern geraden Lini / so machen solche Linien zween Winckel / welche entweder zween rechte seyn / oder beede zusammen genommen gleich so groß seyn als zween rechte.

Diese Proposition ist leicht zuverstehen. Dann die Lini *DB* sey erstlich perpendicular oder Wagrecht auff der Lini *AC*, so seyn die zween Winckel *ABD*, vnnd *CBD* einander gleich / Derhalben auch rechte Winckel / auß der zehenden Beschreibung (*definitione 10.*) Nun sey sie aber nicht Wagrecht / als *EB*, so saget die Proposition daß die zween Winckel / als der scharffe *EBA*, vnd der weite *EBC* zweyen rechten Winckeln gleich seyn. Dann vmb den Winckel *DBE* ist der scharffe Winckel *EBA* kleiner als der rechte Winckel *DBA*. Vnd eben vmb solchen Winckel *DBE* ist der weite Winckel *EBC* grösser als der rechte Winckel *DBC*, was jenem abgehet / das gehet diesem zu / durch die neigung der Lini *EB*.



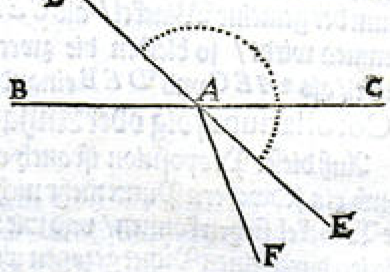
THEOREMA VII.

Die XIV. Proposition.

So auß einem Punct in einer gegebenen Lini zwo andere Linien / doch nicht auff eine seiten / gezogen werden / vnd die jenigen Winckel / so jetztgezogene Linien mit der gegebenen Linien machen / zweyen rechten Winckeln gleich seyn / so machen solche zwo Linien eine schnurebene Lini.

DJeser Proposition warheit ist offenbar auß der nechst vorgehenden Proposition.

Die gegebene Lini sey *BC*, das Punct *A*, die zwo gezogene Linien *AD* vnd *AE*, Wañ nun die zween Winckel / als *DAC* vnd *CAE*, zweyen rechten Winckeln gleich seyn / so machen die zwo gezogene Linien *DA* vnd *AE* eine gerage schnurebene Lini / auß der Demonstration der nechst vorhergehenden Proposition. Wann aber einer solches nicht zugeben / sondern sagen wolt: Die zween Winckel *DAC*, vnd *CAF* weren zweyen rechten Winckeln gleich / aber die zwo Linien *DA*, vnd *AF* machen kein gerade schnurebene Lini. So ziehe man die gerade Lini *DAE*, so ist in der nechst vorgehenden Proposition erwiesen worden / daß die zween Winckel *DAC*, vnd *CAE* zweyen rechten Winckeln gleich seyn / vnd derowegen den dreyen Winckeln *DAC*. *CAE* vnd *EAF*, ein theil seinem gantzem / das dann vnmüglich ist.

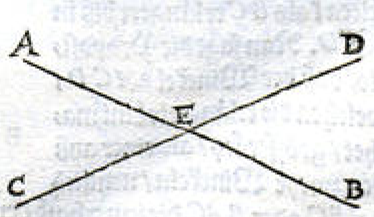


THEOREMA VIII.

Die XV. Proposition.

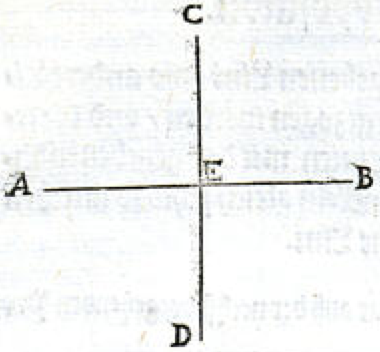
Wenn zwo gerade Linien sich einander durchschneiden / so seyn die jenigen Winckel / so bey dem Punct der durchschneidung gegen einander über stehen / einander gleich.

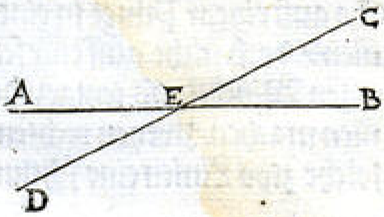
DJe zwo gerade Linien seyn *AB* vnd *CD* durchschneiden sich im Punct *E*. Nun saget die Propositio / daß die Winckel / so bey dem *E* gegeneinander über stehen / einander gleich seyn / als der Winckel *AEC*, dem Winckel *DEB*. Vnd *AED*, dem *CEB*.



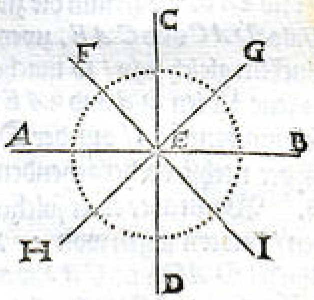
Die Demonstration ist offenbar auß der 13. Proposition / dann die zween Winckel *AED*, vnnd *DEB* seyn zweyen rechten Winckeln gleich / dieweil die gerade Lini *ED* auff der Lini *AEB* stehet. Gleicherweiß die zween Winckel *DEB*, vnd *BEC* seyn zweyen rechten Winckeln gleich. So nun der Winckel *DEB*, so beeden gemein ist / darvon genommen wird / so bleiben die übrigen zween Winckel *AED*, vnd *BEC* einander gleich.

Auff gleiche weiß wird bewiesen / daß die zween Winckel *AEC* vnd *BED* einander gleich seyn. Dann die zween Winckel *AEC* vnd *CEB* vergleichen sich





15. Prop. mit zweyen rechten Winckeln. Also auch die zween Winckel / als *DEB* vnd *BEC*. So nun der gemeine Winckel / als *CEB* darvon genommen wirdt / so bleiben die zween übrige Winckel / als *AEC* vnd *DEB* einander gleich.



Corollarium folg oder Anhang.

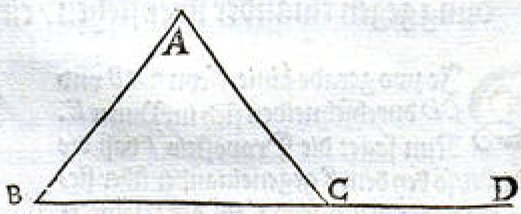
Auß dieser Proposition ist auch offenbar / daß vmb ein jedwedern Punct mehr nicht als vier rechte Winckel stehen können / vnd wie viel gerader Linien durch einen Punct gezogen werden / sie alle mit einander mehr nicht als vier rechte Winckel machen können / wie auß beygesetzten Figuren zuersehen.

THEOREMA IX.

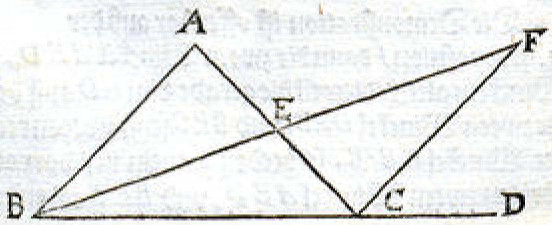
Die XVI. Proposition.

So nach gefallens eine seite eines Triangels erlängert wird / so ist solcher Winckel / so diese erlängerte seiten machet / grösser als einer auß den zweyen Winckeln / so diesem innerhalb deß Triangels entgegen stehen.

DIeses ist ein sehr nützliche vnnd notwendige Proposition / darumb muß sie auch etwas eigentlicher vñ weitläufftiger erkläret vnd demonstrirt werden. Der gegebene Triangel ist *ABC* / dessen eine seiten / als *BC* erlängert biß in das *D*. Nun sagt die Propositio / daß der Winckel *ACD*, welchen die erlängerte Lini machet / grösser sey / als einer auß den zweyẽ Winckeln / nemlich *ABC*, oder *BAC*, die innerhalb dem Triangel diesem Winckel entgegen stehen.



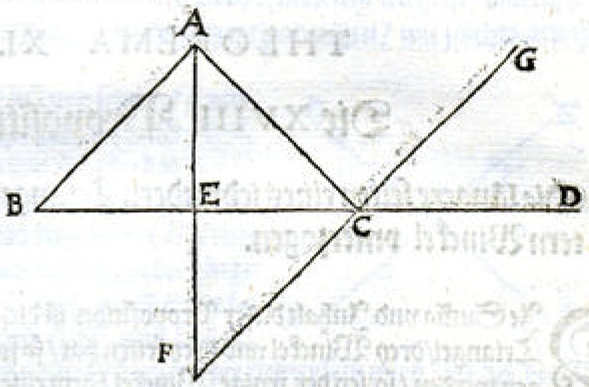
Erstlich / von dem Winckel *BAC*. Die seiten *AC* werde gleich getheilet in dem punct *E*, hernach werde ein gerade Lini gezogen auß dem winckel *B* durch das *E* biß in das *F*. Also daß die Lini *EF* gleich



sey

sey der Lini E B. Endlich werde auch die Lini C F gezogen. Dieweil nun in den zweyen Triangeln A E B vnd F E C die Lini E C gleich ist der Lini E A vnd E F der E B (auß der *structura*) Ist auch der Winckel A E B gleich dem Winckel F E C, (Proposit. 15.) so ist auch die *Basis* A B gleich der *Basi* C F, vnd die zween Triangel durchauß einander gleich seyn/ also der Winckel E C F dem Winckel B A E.

Weil aber der Winckel E C F nur ein theil ist deß Winckels A C D Vnd derhalben auch kleiner/ so folget/ das auch der jnner Winckel B A E kleiner sey als der äussere winckel A C D, welches zubeweisen war.



Jetzunt auch von dem Winckel A B C. Die seiten B C werde gleich getheilet in dem Punct E, hernach werde ein gerade Lini gezogen auß dem Winckel A durch das E biß in das F/ also daß die Lini E F gleich sey der Lini A E. Endlich/ werde auch die Lini F C G gezogen.

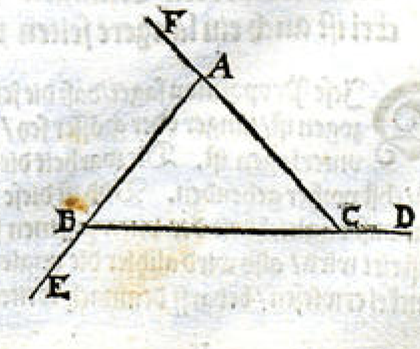
Dieweil nun in den zweyen Triangeln A E B, vnnd F E C die zwo seiten A E vnd E F, wie auch E B vnd E C einander gleich seyn (auß der *structura*) Der Winckel A E B auch gleich ist dem Winckel F E C (Propos. 15.) so wird auch die *Basis* A B gleich seyn der *Basi* F C. Vnd also diese zween Triangel durchauß einander gleich seyn/ vnd sonderlich der Winckel E C F dem Winckel E B A. Nun ist aber der Winckel G C D gleich dem Winckel E C F, vnd derhalben auch dem Winckel E B A, Weil aber solcher Winckel G C D kleiner ist als der gantze Winckel A C D, so wird auch der jnner Winckel E B A kleiner seyn als solcher A C D, welches zuerweisen gewesen ist.

THEOREMA X.

Die XVII. Proposition.

Zween Winckel eines jedwedern Triangels/ man neme gleich welche zween man wolle/ die seyn kleiner als zween rechte Winckel.

DEr Triangel sey A B C. Nun saget die Propositio/ das allezeit zween Winckel zusammen/ als 1. A B C vnd B C A. 2. B C A vnd C A B. 3. C A B vnnd A B C, kleiner seyn als zween rechte Winckel.



Erstlich/ von den zweyen Winckeln A B C, vnnd B C A, die seiten B C werde erlängert biß in das D. Nun ist in der 16. Proposition erwiesen worden/ das der äusser Winckel A C D grösser sey als der inner Winckel A B C. So ist der Winckel B C A allen beeden gemein: So nun vngleichen dingen gleiche zugethan werden/ als der gemeine Winckel B C A den zweyen vngleichen

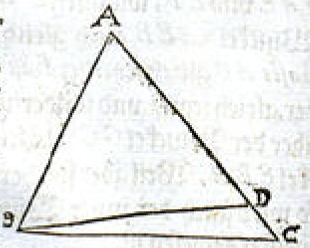
Winckeln *ABC*, vnd *ACD*, so folget das auch die summa einander vngleich seyn/ vnd zwar *BCA* vnd *ACD*, welche zween rechte Winckel machen (13. Propos.) grösser als die zween Winckel *ABC* vnd *BCA*. Auff gleiche weiß wird auch erwiesen/ daß die andern Winckel/als *BCA*, *CAB*, vnd *CAB*, *ABC* zween zusammen kleiner seyn als die zween rechte Winckel *BAF*, vnd *BAC*, vnd *CBE*, vnd *CBA*. Es ist aber zu mercken/ daß die zween Winckel *BAF*, vnd *BAC* nicht zween rechte Winckel seyn/sondern daß sie beede zusammen zweyen rechten Winckeln gleich seyn. Also ist auch von den andern zweyen Winckeln *CBE* vnd *CBA* zuverstehen.

THEOREMA XI.

Die XVIII. Proposition.

Die längere seiten eines jedwedern Triangels wird einem weitern Winckel vnterzogen.

DJe Summa vnd Jnhalt dieser Proposition ist dieser: Dieweil ein jedweder Triangel/drey Winckel vnd drey seiten hat/ so solchen Winckeln vnterzogen werden/ so sey der jenige Winckel/ dem eine längere seiten vnterzogen wird/grösser oder weiter/ als der jenige Winckel dem eine kürtzere oder kleinere seiten vnterzogen ist.



Als zum Exempel: Dieweil im Triangel *ABC* die seite *AC* länger ist als die seite *AB*, so sage ich das auch der Winckel *ABC* grösser sey als der Winckel *ACB*. Die demonstration ist leicht.

Man schneide von der seiten *AC* die Lini *AD* ab/ welche gleich sey der Lini oder seiten *AB*. Es werde auch die Lini *BD* gezogen. Dieweil die zwo Linien/ als *AB* vnd *AD* einander gleich seyn/ so wird auch der Winckel *ADB* gleich seyn dem Winckel *ABD* (Propos. 5.) Nun ist aber der Winckel *ADB* grösser als der Winckel *ACB* (Propos. 16.) Derhalben auch der Winckel *ABD*. So nun darzu kompt der Winckel *DBC*, so ist offenbar/ das der Winckel *ABC* dem die längere seiten *AC* vnterzogen ist/ noch viel mehr grösser sey als der Winckel *ACB*, dem die kleiner seiten *AB* vnterzogen ist.

THEOREMA XII.

Die XIX. Proposition.

Eines jedwedern Triangels grösserem oder weiterem Winckel ist auch ein längere seiten vnterzogen.

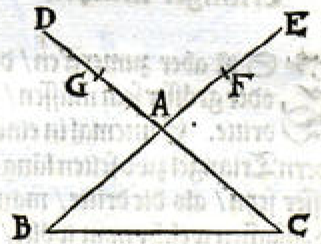
DJese Proposition saget/ daß die jenige seite/ so einem weiten Winckel vnterzogen ist/ länger oder grösser sey/ als die jenige/ so einem kleinen Winckel vnterzogen ist. Die warheit dieser Proposition ist leicht zuerkennen/ auß der nechst vorher gehenden. Vnd ist diese gleichsam nur vmbgekehret. Dann wie alldar auß vngleichheit der vnterzogenen seiten/ die vngleichheit der Winckel demonstrirt wird/ also wird allhier die vngleichheit die seiten auß der vngleichheit der Winckel erwiesen/ bedarff demnach weiters demonstrirens nicht.

THEOREMA XIII.

Die XX. Proposition.

Eines jedwedern Triangels zwo seiten zusammen / sein grösser oder länger als die dritte seiten.

DJe Demonstration ist leicht zuhaben auß den zweyen nechstvorhergehenden Propositionen. Weil aber diese Proposition sehr leicht ist / will ich solche nicht setzen / sondern nur einen kurtzen weg anzeigen / wie solches gewiß zu erweisen sey.



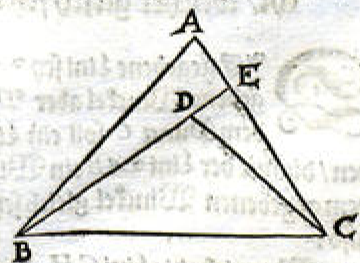
Deß Tiangels *ABC* zwo seiten *AB* vnd *AC* zusammen seyn länger als die dritte *BC*. Man erlängere *BA* biß in das *E*, also das *AE* gleich sey der seiten *AC*, oder man erlängere die seiten *CA* biß in das *D*, das die Lini *AD* gleich sey der seiten *AB*, hernach neme man die länge der dritten *BC* mit einem Zirckel / vnnd trage sie auff der beeden Linien eine / als *BAF*, vnd *CAG*, so wird man sehen / das solche allezeit kürtzer oder kleiner sein wird / als der beeden erlängerten eine / Wie die Lini *BF* gegen der Lini *BE*, vnnd die Lini *CG* gegen der Lini *CD* augenscheinlich weiset.

THEOREMA XIV.

Die XXI. Proposition.

So von beeden enden einer seiten in einem Triangel / zwo Linien innerhalb deß Triangels gezogen werden / vnd einen andern Triangel machen / So seyn solche zwo Linien zwar kürtzer als die zwo seiten deß gegebenen Triangels / der Winckel aber / so diese zwo Linien machen / ist grösser oder weiter / als der äusser Winckel / welchen die zwo seiten deß gegebenen Triangels machen.

DEr gegebene Triangel ist *ABC*, von dessen seiten eine / als *BC*, vnd derselben enden *B* vnd *C*, werden zwo Linien innerhalb deß Triangels gezogen / als *BD* vnd *CD*, stossen im Punct *D* zusammen. Nun sagt die Proposition / daß die zwo seiten deß innern Triangels / *BD* vnnd *CD* kleiner seyn als die zwo seiten deß äussern vnd gegebenen Triangels / *BA* vnd *CA*, vnd das der Winckel *BDC*, grösser sey als der Winckel *BAC*.



Die eine seiten deß innern Triangels / als nemlich *BD* werde erlängert biß in das *E*. In dem Triangel *BAE* seyn die zwo seiten *BA*, *AE* länger als die dritte *BE* (Propos. 20.) So nun die gemeine Lini *EC* darzu gethan wird / so folget daß die zwo seiten oder Linien *BA* vnnd *AC* länger seyn als die zwo Lini *BE* vnd *EC*. Hinwiderumb in dem Triangel *DEC*, seyn die zwo seiten *DE* vnd *EC* länger als die dritte *DC*. So nun die gemeine Lini *BD* darzu gethan wird / so folget / das die zwo Linien / oder seiten *BE* vnd *EC* länger oder grösser seyn als die zwo Lini *BD* vnd *DC*.

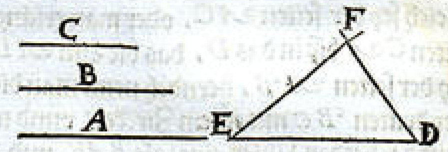
Also dieweil der Winckel *BDC* deß innern Triangels grösser ist / als der Winckel *DEC* (Propos. 16.) vnd der Winckel *DFC* grösser als der Winckel *BAC* (Proposition. 16.) so wird auch der Winckel *BDC* grösser sein / als der Winckel *BAC*.

PROBLEMA VIII.

Die XXII. Proposition.

Auß dreyen Linien / so andern dreyen Linien gleich seyn / ein Triangel machen.

Es ist aber zumercken / das allezeit zwo auß diesen Linien zusammen länger oder grösser sein müssen / als die dritte. Sintemal in einem jedwedern Triangel zwo seiten länger oder grösser seyn / als die dritte / man neme zwo zusammen welche man wölle / wie in der 20. Proposition ist erwiesen worden.



Die drey Linien sein *A*, *B*, *C*, Nun soll man einen Triangel machen / welches drey seiten / diesen dreyen Linien gleich seyn / ein jede der andern insonderheit.

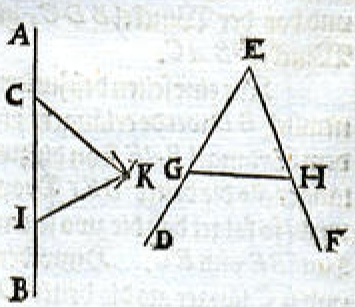
Man neme eine für die Basin / welche man wolle / zum Exempel die Lini *A*. Hernach erstrecke oder erweitere den Zirckel nach der länge der Lini *B*, vnd setze den einen fueß in das *E*, vnd mache mit dem andern ein Rißlein / als *F*. Hernach erweitere man den Zirckel nach der andern Lini *C*, vnnd setze den einen fueß in das *D*, vnd mache auch ein Rißlein bey dem *F*, so werden sie sich im Punct *F* durchschneiden. Endlich ziehe man die Lini *DF* vnd *EF*, so ist der Proposition gnug geschehen. Dann die Lini *DF* ist gleich der Lini *B*, vnd die Lini *EF* der Lini *C*. Bedarff keines weitern demonstrirens.

PROBLEMA IX.

Die XXIII. Proposition.

Auß einem gegebenen Punct auff einer gegebenen Lini / eine Lini ziehen / die mit der gegebenen Lini einen Winckel mache / welcher gleich sey einem vorgegebenen Winckel.

DIE gegebene Lini sey *AB*, vnd das gegebene Punct in derselben *C*, der gegebene Winckel aber *DEF*, Nun auß dem Punct *C* soll ein Lini gezogen werden / die mit der Lini *AB* ein Winckel mache / der dem gegebenen Winckel gleich sey / das geschicht also:

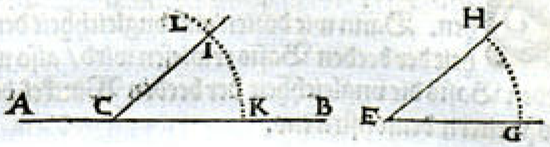


Man ziehe die Lini *GH*, das auß dem Winckel ein Triangel werde. Nun setze man auff die Lini *AB*, vnnd auß dem Punct *c* ein Triangel / der diesem gleich sey / nach anleitung der nechst vorhergehenden Proposition.

So sage ich der Winckel *ICK* sey dem gegebenen Winckel *DEF*, oder *GEH* gleich. Dann die seiten *GE* ist gleich der seiten *IC*, vnd die seiten *HE* der *KC*, vnd die Basis *GH* der Basi *IK*. Darumb muß auch der Winckel *ICK* dem Winckel *GEH* gleich seyn. (Propos. 8.)

Kurtzer weg.

Man setze den einen fueß deß Zirckels in das *E*, vnd erweittere den andern vngefehr biß in das *G*, vnd in solcher weite reiße man einen Zirckelriß/ der sey *GH*. Ferners setze man den einen fueß deß Zirckels vnverruckt inn das *C*,



vnd reisse einen Zirckelriß/ der sey *KL*. Endlich neme man die weite *HG* mit dem Zirckel/ vnd trage dieselbe auff den Zirckelriß *KL*, vnd mache ein Punct im *I*, vnnd ziehe ein Lini auß dem *C* durch das *I*, so ist der Proposition gnug geschehen/ bedarff keines demonstrirens.

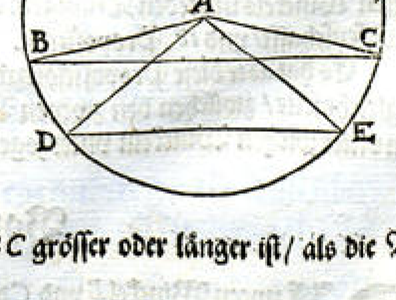
THEOREMA XV.

Die XXIV. Proposition.

So in zweyen Triangeln/ zwo seiten eines/ gleich seyn den zweyen seiten deß andern/ ein jede seite der andern insonderheit/ Der Winckel aber/ so solche zwo seiten beschliessen/ grösser ist/ als deß andern/ so wird auch die Basis/ so solchem grössern Winckel vnterzogen ist/ grösser seyn als die ander Basis.

Diese Proposition ist gar leicht zuverstehen/ auß den vorhergehenden zweyen Propositionen/ 23. vnd 22. Kan aber am aller leichtesten verstanden werden auß der 4. Proposition/ Dañ wie daselbsten auß gleichheit der seiten vnd deß Winckels/ so solche seiten beschliessen/ die gleichheit auch der Basi demonstrirt wird/ Also saget diese Propositio/ das die vngleiche Winckel von solchen seiten beschlossen/ auch vngleiche Bases haben/ vnnd zwar der weitere Winckel ein grössere Basin/ der änger aber ein kleinere oder kürtzere Basin.

Zu kürtzer Erklärung vnnd bessern verstandt/ besehe man beygesetzte Figur. Dann die zween Triangel *BAC*, vnnd *DAE*, heben die seiten einander gleich/ als *BA* der *DA*, vnnd *AC* der *AE*, dieweil sie alle vier auß dem *Centro A* zur *circumferentz* gezogen sein. So ist auch augenscheinlich offenbar/ das der Winckel *BAC* grösser oder weiter ist/ als der Winckel *DAE*, dieweil jener diesen in sich beschleußt. Derhalben auch die Basis *BC* grösser oder länger ist/ als die Basis *DE*.



THEOREMA XVI.

Die XXV. Proposition.

SO inn zweyen Triangeln zwo Seiten eines gleich seyn den zweyen Seiten deß andern / ein jede der andern insonderheit / die Basis aber eines grösser als des andern. So wird auch der Winckel / dem die grössere Basis unterzogen ist / grösser seyn / als der ander / dem die kürtzere oder kleinere Basis unterzogen ist.

DIese Proposition ist nur die vorige umbgekehret / unnd sehr leicht zuverstehen. Dann wie dorten auß ungleichheit der beeden Winckel / die ungleichheit der beeden Basis erwiesen wird / also wird allhier auß ungleichheit der beeden Basis die ungleichheit der beeden Winckel demonstrirt. Bedarff auch keines weitern demonstrirens.

THEOREMA XVII.

Die XXVI. Proposition.

SO in einem Triangel zween Winckel gleich seyn / zweyen Winckeln in einem andern Triangel / ein jeder Winckel dem andern insonderheit.

Ferners auch ein seite eines Triangels gleich ist einer seiten des andern / es lege gleich solche seiten zwischen den zweyen gleichen Winckeln / oder sey einem unter denselben unterzogen. So werden auch die übrige zwo seiten eines Triangels gleich seyn den übrigen zweyen seiten des andern / und dann auch der dritte Winckel eines / dem dritten Winckel des andern.

Werden also beschließlichen die zween Triangel einander durchauß gleich seyn.

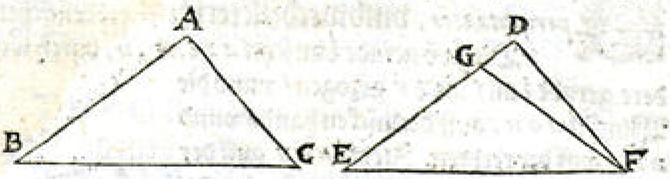
DIese Proposition ist die 4. Proposition umbgekehret. Dann wie alldar durch die gleichheit zweyer seiten unnd eines Winckels zweyer Triangel / die gleichheit der dritten seiten / und der zweyen übrigen Winckel ist demonstrirt worden: Also wird allhie durch die vergleichung zweyer Winckel unnd einer seiten / in zweyen Triangeln / die vergleichung der übrigen zweyen seiten / und deß dritten Winckels in beeden Triangeln demonstrirt / und zwar durch die 9. allgemeine wissenschafft / und 16. Proposition.

Es hat aber diese Proposition zween *Casus* oder Fäll. Der Erste ist / wann die gleiche seite / zwischen den zweyen Winckeln stehet. Der Ander / wann sie einem unter solchen Winckeln unterzogen ist.

Vom Ersten.

DJE zween Winckel *B* und *C* deß Triangels *ABC* seyn gleich den zweyen Winckeln *E* unnd *EFD*, deß Triangels *DEF*, ein jeder dem andern insonderheit / Als *B* dem *E*, und *C* dem *EFD*. Es sey auch die seite *BC* gleich der seiten *EF*.

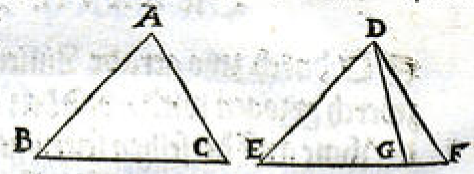
So saget nun die Proposition das auch die zwo übrigen seiten/ als *AB* vnd *AC* den andern/ als *DE*, vnd *DF* einander gleich sein/ als *AB* der *DE*, vnd *AC* der *DF*. Endlich auch der winckel *A* dem Winckel *D*.



So aber einer wolt sagen/ die seite *AB* were der seiten *DE* nicht gleich/ zum Exempel *DE* were länger. So schneide man *EG* abvon der seiten *DE*, also das *EG* gleich sey der seiten *BA*, vnd von dem Punct *G* ziehe man die Lini *GF*. Dieweil nun die seiten *AB* vnd *BC*, nach deß Widersacher vorgeben/ gleich seyn den seiten *GE* vnd *EF*, ein jede der andern insonderheit/ So seyn auch die zween Winckel/ als *B*, vnd *E* einander gleich/ so wird auch der Winckel *C* dem Winckel *EFG* gleich seyn. Per 4. Proposit. Es ist aber der Winckel *C* gleich dem Winckel *EFD*, derhalben wird auch der Winckel *EFG* gleich sein dem Winckel *EFD*, Ein theil seinem gantzen/ welches dann vnmüglich ist.

Vom Andern.

IN dem Triangel *ABC* seyn widerumb die zween Winckel *B* vnd *C* gleich den zweyen Winckeln *E* vnnd *F* im Triangel *DEF*. Also auch die seiten *AB*, so dem Winckel *C* vnterzogen ist/ sey gleich der seiten *DE*, so dem Winckel *F* vnterzogen ist. So werden auch die zwo übrige seiten/ als *BC*, vnnd *CA* gleich seyn den zweyen seiten *EF* vnd *FD*, ein jede der andern insonderheit/ also auch der dritte Winckel *A* dem dritten Winckel *D* gleich seyn.



Dann so die seite *EF* nicht gleich ist der seiten *BC*, Zum Exempel/ Sie ist länger/ so schneide man von solcher ab *EG*, also das *EG* gleich sey der seiten *BC*. Man ziehe auch die Lini *GD*. Dieweil nun die zwo seiten *AB*, vnnd *BC* gleich seyn den zweyen seiten *DE*, vnnd *EG*, auch der Winckel *B* gleich ist dem Winckel *E*, so wird auch der Winckel *C* dem Winckel *EGD* gleich seyn / Nun ist aber der Winckel *C* gleich dem Winckel *EFD*, Derhalben so wird auch der Winckel *EGD* gleich seyn dem Winckel *EFD* *exterior interiori & opposito*, welches denn vnmüglich/ vnd wider die 16. Proposition ist. Per 4. Proposit.

THEOREMA XVIII.

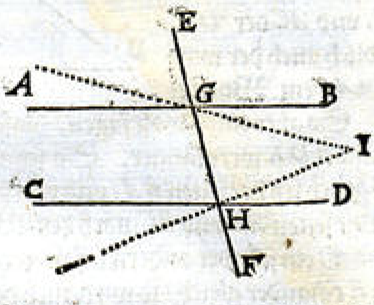
Die XXVII. Proposition.

So durch zwo gerade Linien ein andere gerade Lini überzwerch gezogen wird/ vnd die Winckel Vmbwechßlerweiß einander gleich machet/ so sein solche zwo gerade Lini einander Parallel.

IN

ICH habe allhier das Griechische wort ἐναλλάξ, Lateinisch *vicissim*, oder *permutanter*, vmbwechßleterweiß verdeutschet.

Die zwo gerade Lini seyn *AB* vnd *CD*, durch welche überzwerch ein andere gerade Lini / als *EF* gezogen / vnnd die Winckel *AGH*, auff der lincken handt / vnnd *DHG* auff der rechten. Item / *BGH* auff der rechten / vnnd *CHG* auff der lincken handt / vmbwechßleterweiß einander gleich machet / Derhalben seyn solche zwo Linien als *AB* vnnd *CD* einander Parallel. Dann so sie nicht Parallel weren / so müsten sie / wann auff der seiten eine hinauß erlängert / endlich zusammen stossen.



Welche zusammenstossung als in *I* ein Triangel *GIH* gibt / vnd die Winckel vmbwechßleterweiß gantz vngleich macht. Zum Exempel / sie stossen auff der seiten *B* vnd *D* zusammen im Punct *I*, so machen sie einen Triangel *GIH*. Alßdann wird der Winckel *AGH* grösser fallen als der jnnere *GHI*, welcher doch zuvor diesem gleich ist gesetzet worden / darumb seyn sie Parallel / vnd stossen nimmer zusammen. Gleiche demonstratio die andern seiten *A* vnd *C* gibt.

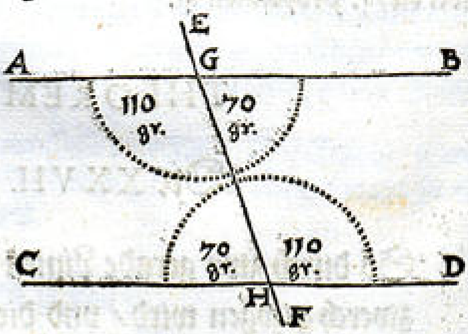
THEOREMA IX.

Die XXVII. Proposition.

SO durch zwo gerade Linien ein ander gerade Lini überzwerch gezogen wird / vnd den äussern Winckel / dem innern der jhme auff derselben seiten gegenüber stehet / gleich machet. Oder die zween innere Winckel auff einer seiten / zweyen rechten Winckeln gleich machet / so seyn solche zwo Linien einander Parallel.

DJese Propositio hat zween Theil. Der Erste / Wann die Zwerchlini den äussern Winckel / dem jnnern / der diesem auff derselben seiten gegenüber stehet / gleich machet. Der Ander / Wann solche Zwerchlini / die jnnern zween Winckel so auff einer seiten gegen einander über stehen / zweyen rechten Winckeln gleich machet. So seyn solche zwo gerade Lini einander Parallel.

I. Die zwo gerade Lini seyn *AB* vnd *CD*. Die Zwerchlini *EF*. Der Winckel *EGB*, ist gleich dem Winckel *AGH* (*15*. Proposit.) Nun so wird auß anleitung der Proposition der Winckel *GHD* dem Winckel *EGB* gleich gesetzt. Dieweil nun die zween Winckel (*enallax*) *AGH* vnnd *GHD* einander gleich seyn / so folget (*27*. Proposit.) das diese beede Linien einander Parallel seyn.



II. Die gerade Lini *HG* stehet auff der geraden Lini / *AB*, Derhalben die zween Winckel als *BGH* vnd *AGH* / seyn zweyen rechten Winckeln gleich. Nun die zween jnnern Winckel als *BGH* vnnd *GHD*, seyn auch zweyen rechten Winckeln gleich (*ex hypothesi*) So nun der Winckel *BGH*, welcher beeden gemein ist / vnd mit einem

einem jedwedern / zween rechte Winckel machet / von zweyen rechten Winckeln genommen wird / so folget / daß die zween Winckel *enallax* als *GHD* vnd *AGH* einander gleich seyn / Derohalben müssen auch die zwo geraden Linien einander Parallel seyn.

THEOREMA XX.

Die XXIX. Proposition.

So durch zwo gerade Parallel Linien ein andere gerade Linien überzwerch gezogen wird / So macht sie erstlich die Winckel enallax einander gleich. Hernach machet sie auch gleich den äussern Winckel dem innern / der ihme auff derselben seiten gegenüber stehet. Zum dritten / machet sie auch die zween innere Winckel / so auff einer seiten gegen einander über stehen / zweyen rechten Winckeln gleich.

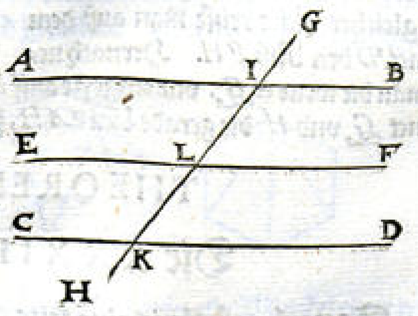
Diese Propositio kehret nur die zwo nechstvorhergehenden vmb / vnd folget eines auß dem andern / bedarff derohalben keines demonstrirens / diewiel vorhin alles erwiesen ist.

THEOREMA XXI.

Die XXX. Proposition.

So viel gerader Linien gegen einer geraden Lini Parallel seyn / die seyn alle gegen einander Parallel.

Die zwo Linien *AB* vnnd *CD* seyn Parallel der Lini *EF*. Mann ziehe die zwerch Lini *GH*, die durchschneidet die Lini *AB* in dem Punct *I*. Die Lini *EF* im Punct *L*, die Lini *CD* im Punct *K*.



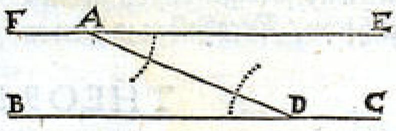
Dieweil nun die Lini *AB* ist Parallel / der Lini *EF*, so werden die zween Winckel *enallax*, als *AIL*, vnd *FLI* einander gleich seyn (Proposit. 27.) Hinwiderumb weil die Lini *CD* auch Parallel ist der Lini *EF*, so wird auch der Winckel *DKL*, oder *DKI*, gleich seyn dem Winckel *FLI*. Vnd derohalben der Winckel *AIL*, dem Winckel *DKI* gleich seyn / Dieweil dann nun die zween Winckel *enallax*, als *AIL*, oder *AIK*, vnd *DKL*, oder *DKI* einander gleich seyn / so folget auch / daß die zwo Lini *AB*, vnd *CD* gegen einander Parallel seyn. Die Proposition ist für sich selbsten leicht zuverstehen / allein die demonstration ist den vnerfahrnen etwas tunckel.

PROBLEMA X.

Die XXXI. Proposition.

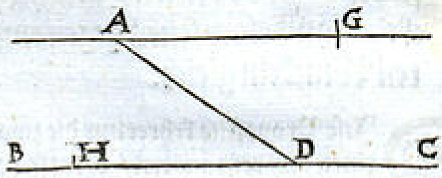
Von einem Punct eine gerade Lini ziehen / die einer gegebenen geraden Lini Parallel sey.

DAs Punct ist *A* Die gegebene Lini *BC*. Man ziehe von dem *A* in die Lini *BC* die Lini *AD*. Das solche einē Winckel mache mit der Lini *BC*: Zum Exempel/den Winckel *ADB*. Nun mache man auß dem Punct *A* einen Winckel/der diesem gleich sey (Propos. 23.) als *EAD*, Dieweil nun die zween Winckel *enallax* *EAD*, vnd *ADB* einander gleich seyn/ so folget/das auch die zwo Lini *EAF*, vnd *CDB* einander Parallel seyn.



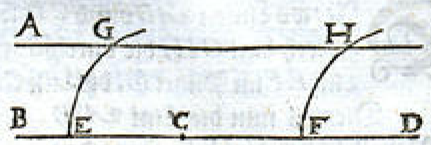
Kurtzer weg.

VOn dem Punct *A*, ziehe man die Lini *AD*. Hernach setze man den einen fueß deß Zirckels in das *D*, vnd erweitere den andern biß in das *A*, vnnd in solcher weite mache man ein Rißlein bey dem *H*, Ferners setze man deß Zirckels einen fueß in das *A*, mache in gleicher weite ein Rißlein bey dem *G*. Endlichen nehme man die weite *AH* mit dem Zirckel/vnd setze den fueß deß Zirckels in das *D*, vnd mache ein Punct im *G*, vnd ziehe die Lini *AG*, so ist der Proposition genug geschehen.



Auff ein andere weise.

DEr gegebenen Lini *BD*, soll auß dem Punct *G*, ein Parallel Lini gezogen werden. Man setze den einen fueß deß Zirckels in das *C*, vnd erstrecke den andern biß in das *G*, in solcher weite reisse man den Zirckelriß *EG*. In gleicher weite reisse man auß dem Punct *D* den Riß *FH*. Hernach neme man die weite *EG*, vnd trage sie auff *FH*. Endlich ziehe man durch die zween Punct *G*, vnd *H* die gerade Lini *AH*, so ist geschehen/ was man begert.



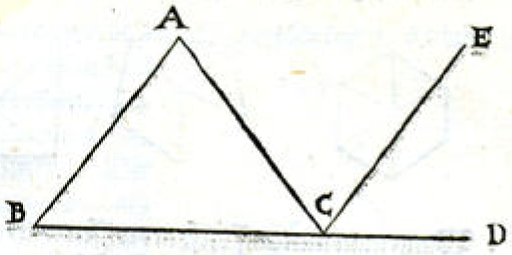
THEOREMA *XXII.*

Die XXXII. Proposition.

So nach gefallens eine seite eines Triangels erlängert wird/ so ist solcher äusserer Winckel/ welchen diese erlängerte seiten machet/ den zweyen Winckeln gleich/ so innerhalb deß Triangels diesem entgegen stehen. Vnd eines jedwedern Triangels drey innere Winckel/ seyn zweyen rechten Winckeln gleich.

IN dem Triangel *ABC* werde die seite *BC* erlängert/biß in das *D*. Nun sagt die Propositio/daß der äussere winckel *ACD*, welchen die erlängerte Lini machet/gleich sey den zweyen innern Winckeln/als *ABC*, vnd *CAB*, die innerhalb deß Triangels diesem entgegen stehen. Man ziehe auß dem Punct *C* die Lini *CE*, daß sie der Lini *BH* Parallel sey. Dieweil nun die Lini *AC* fället auff zwo Parallel Lini/nemlich *BA* vnd *CE*, so werden die Winckel *enallax* *BAC* vnd *ECA* einander gleich

gleich seyn. (29. Propos.) Hinwiderumb weil die Lini *BCD* fället auff die zwo Parallel Linien *BA* vnd *CE*, so werden die zween Winckel *ACB*, vnd *ECD* einander gleich seyn. Dieweil aber der gantze äussere Winckel *ACD* gleich ist den zweyen Winckeln *ACE*, vnd *ECD*, so folget auch/ das eben solcher äusserer Winckel *ACD*, gleich sey den jnnern zweyen Winckeln *CAB* vnd *BAC*.

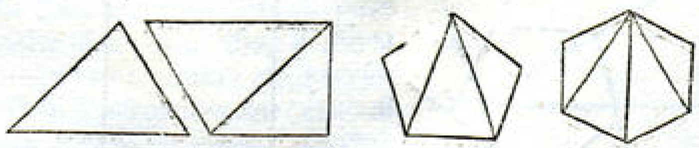


Zum 2. saget die Proposition/ daß die drey jnnern Winckel eines Triangels/ als *ABC*, *CAB*, vnd *BCA* zweyen rechten Winckeln gleich seyn. Dann im ersten theil dieser Proposition ist erwiesen worden/ daß der äussere Winckel *ACD* gleich seyn den zweyen jnnern/ als *CAB*, vnd *CBA*.

Nun der 3. Winckel *ACB* machet mit dem äussern *ACD* zween rechte Winckel/ Derhalben auch mit den zweyen jnnern/ welches dann leicht zuverstehen ist.

Anhang bey der 32. Proposition deß Ersten Buchs.

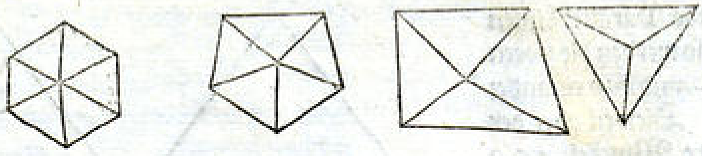
AUß dieser 32. Proposition ist auch leichtlich abzunemen/ wie viel gerechten Winckeln/ alle Winckel einer jedwedern rechtlinischen Figur sämptlich sich vergleichen. Welches denn geschicht/ wann ein rechtlinische Figur in seine Triangel abgetheilet wird. Es geschicht aber solche abtheilung auff zweyerley weiß: Erstlich/ Wann auß einem Winckel einer rechtlinischen Figur/ in die andere Winckel gerade Linien gezogen werden/ so wird die rechtlinische Figur in so viel Triangel abgetheilet/ so viel Winckel die rechtlinische Figur hat/ weniger zween/ als welche dem jenigen Winckel zu beeden seiten stehen/ auß welchem die geraden Linien gezogen werden. Daher ein Triangel nicht in mehr kan abgetheilet werden/ ein Quadrangel inn zween Triangel. Vnd ist vnter den rechtlinischen Figuren/ ein Triangel die erste/ ein Quadrangel die ander/ vnnd so fortan. Wie in beygesetzten Fignren zuersehen.



Nun wañ man wissen will/ wie vielen rechten Winckeln alle Winckel einer rechtlinischen Figur sämptlich sich vergleichen/ so duplir man nur die anzahl der Triangel/ in welche die Figur ist abgetheilet worden. Also werden einer vierseitigen Figur Winckel sämptlich sich vier Winckeln vergleichen/ dieweil ein solche Figur nur in zween Triangel abgetheilet wird/ einer fünffseitigen Figurwinckel sämptlich/ 6. rechten Winckeln/ dieweil solche nur inn drey Triangel kan abgetheilet werden. Der grundt vnnd beweiß stehet in der demonstration dieser 32. Proposition/ dieweil/ nemlich eines jedwedern Triangels drey Winckel sich sämptlich zweyen rechten Winckeln vergleichen.

Die andere weiß eine rechtlinische Figur in Triangel abzutheilen ist diese: Man neme nach gefallens in einer rechtlinischen Figur ein Punct/ vnd ziehe von solchem in jedwedern Winckel eine gerade Lini/ so wird solche Figur in so viel Triangel abgetheilet/ wie viel seiten die vorgenommene rechtlinische Figur hat.

Man besehe beygesetzte Figuren.

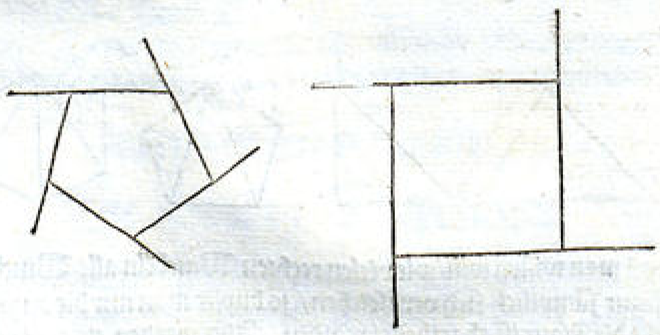


Wann man nun auff diese art wissen will / wie viel gerechten Winckeln einer jedwedern rechtlinischen Figurwinckel sich sämptlich vergleichen / so duplir man die anzahl der Triangel/in welche die Figur ist abgetheilet wordē/oder die seiten/ welches danneben eines ist / von der summa neme man allezeit vier / so zeiget der Rest die anzahl der rechten Winckel / welchen die Winckel der rechtlinischen Figur sich sämptlich vergleichen.

Als zum Exempel:

Ein Triangel wird auff diese weiß inn andere drey Triangel abgetheilet/ duplirt machen sechs / davon vier genommen / bleibet zwey / So vielen rechten Winckeln vergleichen sich ein jedwedern Triangels drey Winckel / wie in der Proposition ist demonstrirt worden. Also ein fünff seitige rechtlinische Figur / wird auff diese weiß in fünff Triangel abgetheilet / duplirt machen 10. vier davon / restiren 6. rechte Winckel / welchen sich die 5. Winckel der fünffseitigen Figur sämptlich vergleichen.

Der beweiß stehet in der demonstration dieser 32. Proposition / vnnd in dem Anhang oder *Corollario* der 15. Proposition. Dann dieweil der dritte Winckel eines jedwedern Triangels sich bey dem Punct befindet / darauß die geraden Linien gezogen/vnd so aigentlich nicht zu den andern Winckeln im vmbkreiß gehörig/vnd solche Winckel alle sämptlich/so vmb solchen Punct stehen/ sich vier rechten Winckeln vergleichen / so folget / wann man solche vier gerechte Winckel allezeit von der Summa nimpt/ daß der Rest die anzahl der rechten Winckel anzeigen / welchen sich die Winckel einer rechtlinischer Figur sämptlich vergleichen.

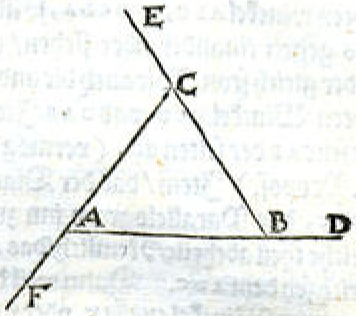


Hierauß folget auch / so alle vnd jede seiten einer rechtlinischen Figur auff einer seiten nach der Ordnung erlängert werden / das solche äussere Winckel sämptlich vier rechten Winckeln gleich seyn. Dann weil allezeit solcher äussere Winckel mit dem innern zweyen rechten Winckeln gleich ist / vnd alle innere Winckel sämptlich zweymal so viel rechte Winckel machen / als die rechtlinische figur seiten hat / weniger vier / so werden solche vier / mit den äussern Winckeln sämptlich in allerley sorten der rechtlinischen figuren sich vergleichen.

Exempel:

Exempel:

In der rechtlinischen figur *ABC*, werde *AB* erlängert biß ins *D*, *BC* biß ins *E*, *CA* biß ins *F*. Der äussere Winckel *FAB* mit dem jnnern *CAB*, vergleicht sich zweyen rechten winckeln: Also *DBC* mit *ABC*, vnd *ECA* mit *BCA*, vnd machen sämptlich 6. rechte Winckel. Die jnnern Winckel aber deß Triangels *ABC*, als *ABC*, *BCA*, *CAB*, sämptlich vergleichen sich zweyen rechten Winckeln/ Derohalben vergleichen sich die äussern drey Winckel/ als *FAB*, *DBC*, vnd *ECA* sämptlich vier rechten Winckeln. Gleiches geschicht in allerley sorten der rechtlinischen Figuren.



THEOREMA XXIII.

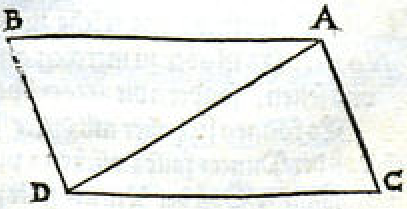
Die XXXIII. Proposition.

Die jenigen geraden Linien seyn einander Parallel vnnd gleich/ so andere zwo gleiche Parallel Linien auff einer seiten gegenüber zusammen hängen.

Oder:

Zwo gerade Linien/ so andere zwo Linien/ die einander gleich vnd Parallel seyn/an beeden enden zusammen hängen/ die seyn auch einander Parallel vnd gleich.

Die zwo Linien AB vnd CD seyn einander gleich vnd Parallel. Diese zwo Linien hängen andere zwo Linien/als AC vnd BD an enden A vnd C, vnd B vnd D zusammen. So saget die Propositio/ das solche/ als AC vnd BD einander Parallel vnd gleich seyn. Man ziehe den Diameter AD, dieweil nun die Lini AD fället auff zwo Parallel Linien/ als AB vnnd CD, so werden die Winckel *enallax*, als BAD, vnnd CDA einander gleich seyn. Nun ist aber in dem Triangel BAD die seite BA gleich der seiten CD, in dem Triangel CDA, die Lini AD ist allen beeden Triangeln gemein. Derhalben so wird auch die Basis AC gleich seyn der Basi BD, vnnd die zween Triangel einander durchauß gleich seyn/ wie auch die zween Winckel *enallax* CAD, vnd ADB, vnd also auch die zwo Linien AC vnd BD einander Parallel seyn.



THEOREMA XXIV.

Die XXXIV. Proposition.

In einem jedwedern Parallelogram seyn die Winckel übereck/ deßgleichen auch die seiten/ so gegen einander über stehen einander gleich/ vnd wird solches von dem Diameter in zwey gleiche theil getheilet.

DIese Propositio ist zwar leicht zuverstehen / muß aber wegen vielfältiges Nutzens nach notturfft demonstrirt werden.

Das Parallelogram ist ABCD. So saget die Propositio / daß die zween winckel ABC, vnd CDA, so vberecks gegen einander vber stehen / einander gleich seyn / Wie auch die andern zween Winckel / BCD, vnd DAB. Item / die seite AB der seiten CD, (vermög der 33. Propos.) Item / das der Diameter AC, das Parallelogram inn zwey gleiche theil abtheile / Nemlich / das ABC

gleich sey dem ADC. Dann weil die zwo Linien AB vnd DC Parallel seyn / so werden die zween Winckel *enallax*, oder vmbwechßleter weiß BAC, vnd DCA einander gleich seyn. Gleicher weiß die zween Winckel DAC, vnd BCA, dieweil die zwo Linien oder seiten AD, vnd BC Parallel seyn.

Dieweil nun der Winckel BAC in dem Triangel ABC gleich ist dem Winckel ACD in dem Triangel ADC. Gleich wie auch der Winckel BCA dem Winckel CAD, So wird der gantze Winckel BAD gleich seyn dem gantzen Winckel BCD. Vnd dieweil AC beeden Triangeln gemein ist / so folget (26. Proposit.) das auch die seite BC gleich sey der seiten AD, vnd AB der DC. Vnd also die zween Triangel durchauß einander gleich seyn / vnd der Winckel ABC dem Winckel ADC, vnd endlich der Diameter AC das Parallelogram in zwey gleiche theil abtheile.

THEOREMA *XXV.*

Die XXXV. Proposition.

Alle Parallelogram / so auff einer Basi zwischen Parallel Linien stehen / die seyn einander gleich.

IN oder zwischen den beeden Parallel Linien AB vnd CD seyn zwey Parallelogram / als ACDE, vnd FCDB, auff einer Basi CD stehent. Nun saget die Propositio / das solche zwey Parallelogram einander gleich seyn.

Nota. Es ist aber zu mercken allhie / daß man nicht verstehet die Winckel vnd seiten / sondern die *aream* oder inhallt eines Parallelograms.

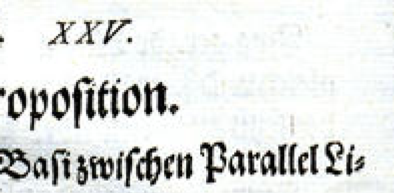
Es können sich aber mit dieser Proposition dreyerley fäll zutragen. Als erstlich / daß der Punct F falle zwischen A vnd E, wie die erste Figur außweiset.

Zum 2. Daß der Punct F falle gerad auff das E, wie in der 2. Figur zuersehen.

Zum 3. Daß der Punct F falle über das E hinauß / deßen die dritte Figur ein Exempel gibt.

Zum Ersten.

Dieweil nun in dem Parallelogram ACDE die seite AE gleich ist der seiten CD, welcher auch die seiten FB im Parallelogram FCDB gleich ist / so folget / daß die zwo seiten AE vnd FB einander gleich seyn. So nun FE von AE vnd FB, als gleichen genommen wird / so bleiben die übrige zwo seiten oder Lini / als AF vnd EB einander gleich. Nun ist aber AC der Lini ED gleich / vnd der Winckel FAC dem

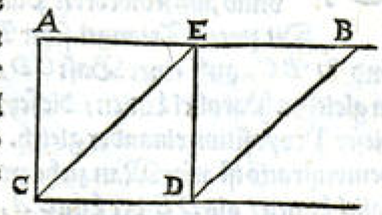


Winckel BED. Derhalben so werden beede Triangel / als FAC, vnnd BED einander gleich seyn. So man nun diesen beeden gleichen Triangeln den gemeinen *trapezia* oder vngleiche vierung FCDE zuthut / so folgt das die zwey Parallelogram ACDE, vnd FCDB einader gleich seyn.

Zum

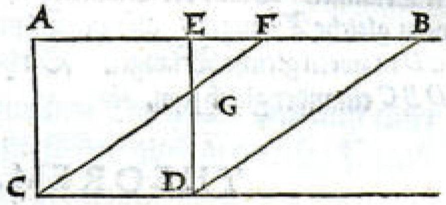
Zum Andern.

Widerumb die zwo Lini AE vnnd EB seyn einander gleich / wie auch die zwo seiten AC vnd ED. Vnd dann der Winckel EAC dem Winckel BED. Vnd derowegen die zween Triangel EAC vnnd BED einander gleich. So man nun den gemeinen Triangel CED zu beeden thut / so folget / das die zwey Parallelogram $ACDE$, vnd $ECDB$ einander gleich seyn.



Zum Dritten.

Widerumb die zwo Lini AE vnd FB sein einander gleich / so man nun EF zu beeden thut / so folget / daß die zwo Lini AF vnd EB einander gleich seyn. Nun ist aber die seiten AC gleich der seiten ED, wie zuvor / auch der Winckel FAC gleich dem Winckel BED. So man nun den gemeinen Triangel EGF von beeden gleichen nimbt / so folget / daß der *trapezia* oder vngleiche vierung $AECG$ gleich sey der andern $FBGD$. Wann man nun den Triangel CGD, als der allen beeden vierungen gemein ist / zu allen beeden thut / so folget / das die zwey Parallelogram / als $AECD$, vnd $FBCD$ einander gleich seyn.

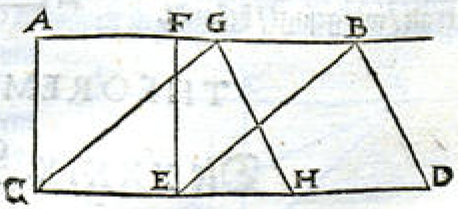


THEOREMA XXVI.

Die XXXVI. Proposition.

Alle Parallelogram / so auff gleichen Basibus / vnnd in gleichen Parallel Linien stehen / die seyn einander gleich.

Diese Propositio ist gar leicht zuverstehen auß der nechst vorhergehenden. Die zwey Parallelogram seyn $AFCE$ vnd $GBHD$, auff gleichen Basibus CE vnd GB. Man ziehe die zwo Linien / als CG vnnd EB. Nun ist auß der nechsten Proposition offenbar / das die zwey Parallelogram $GBHD$, vnd $GBCE$ einander gleich seyn / dieweil sie auff einer Basi GB, vnd in gleichen Parallel Linien stehen. Nun eben auß solcher Proposition folget / daß die zwey Parallelogram $GBCE$, vnd $AFCE$ einander gleich seyn / dieweil sie auff einer Basi CE, vnd in gleichen Parallel Linien stehen. Derhalben so folget vnwidersprechlich / daß auch die zwey Parallelogram / als $GBHD$, vnnd $AFCE$ einander gleich seyn.



THEOREMA XXVII.

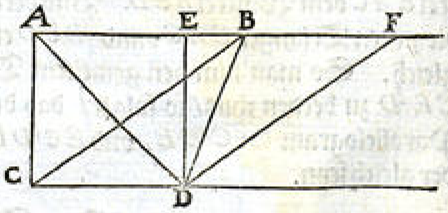
Die XXXVII. Proposition.

Die Triangel / so auff einer Basi / vnd in gleichen Parallel Linien stehen / die seyn einander gleich.

Was

WAS bißhero von den Parallelogram gesagt ist / das reimbt sich durchauß auch auff die Triangel. Dann ein Triangel ist ein halb Parallelogram / vnnd auß jedwedern Parallelogram kan man zween Triangel machen.

Die zween Triangel seyn *DAC*, vnd *DBC*, auff einer Basi *CD*, vnnd in gleichen Parallel Linien / die seyn nach dieser Proposition einander gleich. Die demonstratio ist also: Man ziehe zwo Parallel Linien / als *DE* der Lini *CA*, vnnd *DF* der Lini *CB*. So werden zwey Parallelogram auff einer Basi *CD*, vnnd in gleichen Parallel Linien. Nun der halbe theil dieser beeden Parallelogram / seyn die zween Triangel. Dann der Diameter *DB* theilet das Parallelogram *BFCD* in zween gleiche Triangel / also der Diameter *AD*, theilet das Parallelogram *AECD* in zween gleiche Triangel. Derhalben so folget / daß der Triangel *DAC*, vnd *DBC* einander gleich seyn.



THEOREMA *XXVIII*.

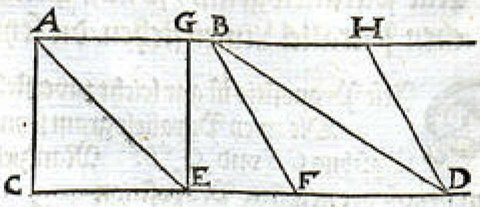
Die XXXVIII. Proposition.

Die Triangel / so auff gleichen Basibus stehen / vnd in einerley Parallelen / die seyn einander gleich.

GLeich wie die vorgehende Propositio durch die 35. Proposition ist demonstrirt worden / also wird diese durch die 36. erwiesen / wann man nur auß den Triangeln Parallelogram machet / wie in der nechst vorhergehenden beschehen ist.

Die zween Triangel seyn *EAC*, vnnd *DBF* auff gleichen Basibus *CE*, vnd *FD*, vnd in einerley Parallel.

Die andere Demonstratio / ist allberait / wie gesagt / bekandt.



THEOREMA *XXIX*.

Die XXXIX. Proposition.

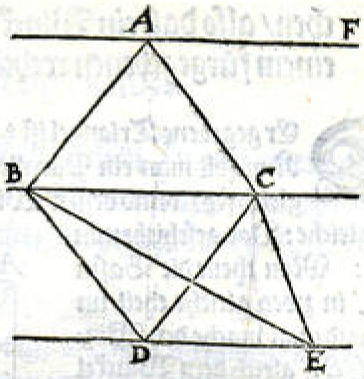
Gleiche Triangel / so auff einer Basi / vnnd auff einer seiten hinaußwertz stehen / die stehen zwischen Parallel Linien.

DIese zwo folgende Propositionen seyn die Consequentz oder Schluß der zweyen nechst vorhergehenden.

Dann in der 37. Proposition ist erwiesen worden / das die Triangel / so auff einer Basi / vnnd in einerley Parallel Linien seyn / einander gleich seyn. Allhier wird es gleich vmbgekehret vnd versetzet / dann die Propositio saget / Wann zween / oder mehr Triangel einander gleich seyn / vnnd auff einer Basi / vnd auff einer seiten hinaußwertz stehen / die stehen auch inn einerley Parallelen. Ist das vorige

wahr /

wahr/wie dann ist erwiesen worden/so ist dieses vngezweiffelt auch wahr.



Das aber in der Proposition stehet/ **auff einer Seiten hinaußwärtz** / das geschicht deßhalben/ dieweil auff die andere seiten eben so wol ein Triangel kan gemacht werden/ der dem vorigen auff der andern seiten gleich sey/ Wie beygesetzte Figur außweiset.

THEOREMA *XXX.*

Die XL. Proposition.

Gleiche Triangel/ so auff gleichen Basibus/ vnd auff einer seiten hinaußwärtz stehen/ die stehen auch in einerley Parallel Linien.

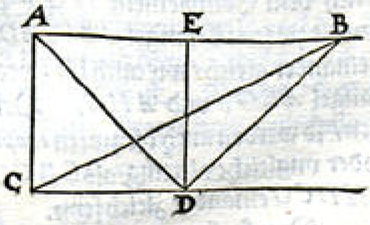
DJe Demonstratio ist offenbahr vnd leicht auß der 38. Proposition. Was ich bey der nechstvorhergehenden Proposition gemeldt hab/das gehöret hieher. Darumb weiters demonstrirens nicht vonnöten ist.

THEOREMA *XXXI.*

Die XLI. Proposition.

So ein Parallelogram mit einem Triangel auff gleichen Basibus/ vnd in einerley Parallel Linien stehet/ So wird das Parallelogram noch einmal so groß seyn/als der Triangel ist.

JN einerley Parallel Linien/als *AB*, vnd *CD* ist ein Parallelogram *ACDE*, vnd ein Triangel *CBD* auff einer Basi *CD*. Nun saget die Propositio/ daß das Parallelogram *ACDE* doppelt so groß sey / als der Triangel *CBD*. Dann man ziehe den Diametrum *AD*, so ist auß der 37. Proposition offenbahr/ daß der Triangel *CAD* gleich sey dem Triangel *CBD*, vnd dieweil das Parallelogram *ACDE* doppelt oder noch so groß ist/ als der Triangel *CAD*, Dieweil der Diameter *AD* solch Parallelogram inn zwey gleiche theil abtheilet/ vermög der 34. Proposition: So folget vnwidersprechlich/ das auch solch Parallelogram *ACDE* doppelt/ oder noch einmal so groß sey als der Triangel *CBD*.



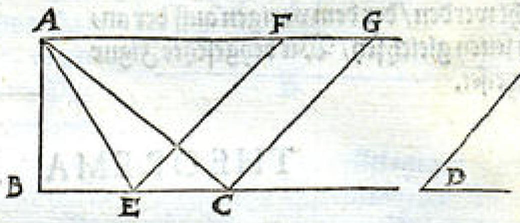
PROBLEMA XI.

Die XLII. Proposition.

Einem jedwedern Triangel ein gleiches Parallelogram zumachen

chen/ also daß ein Winckel solches Parallelograms gleich sey einem fürgegebenen rechtlinischen Winckel.

DEr gegebene Triangel ist *ABC*, vnnd der mitgegebene Winckel ist *D*. Nun soll man ein Parallelogram machen / das dem Triangel *ABC* gleich sey / vnnd dessen Winckel einer sich mit dem gegebenen Winckel *D* vergleiche: Das geschicht nun also: Man theile die Basin *BC* in zwey gleiche theil im *E*, vnd man mache den Winckel *CEF* gleich dem Winckel *D*. (23. Propos.) Man ziehe auch von dem *A* durch das *F* ein Lini / die der Lini *BC* Parallel sey (31. Propos.) welche die Lini *EF* in dem Punct *F* durchschneide. Man ziehe endlich der Lini *EF* eine Parallel auß dem *C*, die sey *CG*. Nun soll diß Parallelogram *FECG* gleich seyn dem Triangel *ABC*. Welches also erwiesen wird. Das Parallelogram *EFGC*, ist doppel so groß/ als der Triangel *EAC* (41. Propos.) Nun ist aber der Triangel *AEC*, gleich dem Triangel *BAE*, dieweil die zwo Bases *BE*, vnd *EC* einander gleich seyn (38. Propos.) vnd also der gegebene Triangel *ABC* auch doppelt so groß / als der Triangel *AEC*. Derohalben nach der 6. gemeinen wissenschafft ist der Triangel *ABC* gleich dem Parallelogram *FECG*, der Winckel *E* aber ist dem Winckel *D* gleich / auß der *Construction*, wie vermeldet.



THEOREMA XXXII.

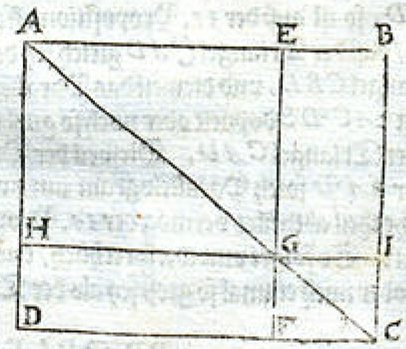
Die XLIII. Proposition.

JN einem jedwedern Parallelogram seyn die complementa, oder außfüllungen der jenigen Parallelogram / so vmb den Diameter stehen / einander gleich.

JN dem Parallelogram *ABCD* seyn die Complement *EBIG*, vnd *HGFD*, der andern zwey Parallelogram / als *AEGH*, vnnd *GICF*, so vmb den Diameter *AC* stehen/ einander gleich. Das ist/ das Complement *EBIG*, ist gleich dem Complement *HGFD*.

Dann die zween Triangel *ABC*, *ADC* seyn einander gleich / wie auch die zween Triangel *AEG*, vnd *AHG*, Derhalben / so werden auch die zween *trapezia* oder vngleiche vierung/ als *EBCG*, vnd *HDCG* einander gleich seyn.

Nun so seyn auch die zween Triangel *GIC*, vnnd *GFC* einander gleich. Wann nun gleiches von gleichem genommen wird/ so folget / daß die übrigen/ als *EBIG*, vnd *HDFG* einander gleich seyn. Dann ausser dem Diametro *AC*, die andern Linien alle einander Parallel seyn.

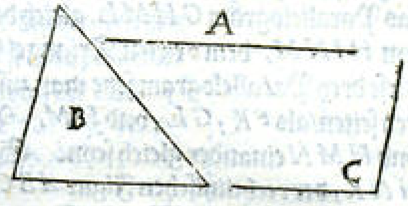


PROBLEMA XII.

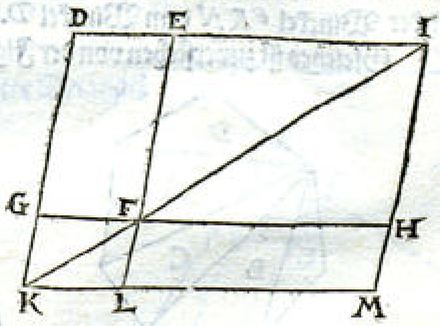
Die XLIV. Proposition.

Ein solch Parallelogram zumachen/ dessen Inhalt einem gegebenen Triangel sich vergleiche/ auch eine seiten einer vorgegebenen Lini/ vnd ein Winckel/ einem vorgegebenen Winckel gleich sey.

DIese Proposition hat drey gegebene ding/ als einen Triangel/ eine gerade Lini/ vnd einen Winckel. Nun soll man ein solch Parallelogram machen/ das diesen dreyen bedingungen genug thue/ Nemlich daß die gantze grösse oder inhalt/ dem Triangel gleich sey. Item/ daß eine seiten/ wie auch ein Winckel/ der gegebenen Lini/ vnd gegebenem Winckel sich vergleiche.



Die gegebene Lini ist *A*, der Triangel *B*, der Winckel *C*. Nun mache man ein Parallelogram nach der 42. Proposition/ Das dem Triangel gleich sey/ vnd ein Winckel (nach der 23. Proposition) dem gegebenen Winckel/ das sey nun *DEFG*. Jetzundt erlängere man die Lini *GF*, biß inn das *H*, also daß die Lini *FH* der gegebenen Lini *A* gleich sey. Ferners auß dem Punct *H* ziehe man ein Lini/ die der Lini *FE* Parallel sey/ vnnd mit der erlängerten Lini *DE* im Punct *I* zusammen stosse.



Weiters erlängere man den Diameter *IF*, biß in das *K*, da denn auch die erlängerte Lini *DG* zusammen trifft/ Nachmals ziehe man die Lini *KL*, daß sie der Lini *GH* Parallel sey/ vnnd erlängere *EF* biß in das *L*, vnd *IH* biß in *M*, so ist die *constructio* fertig/ vnd der Proposition genug geschehen.

Die Demonstratio ist auß der nechst vorhergehenden Proposition offenbar. Dann das Parallelogram *HFML*, ist gleich dem Parallelogrnm *DEFG*, dieweil sie alle beede seyn Complement der beeden Parallelogram/ so vmb den Diameter *IFK* stehen. So ist auch der Winckel *HFL* gleich dem Winckel *EFG*, welcher auß der *construction* dem gegebenen Winckel *C* gleich ist. Endlich/ so ist auch die Lini *FH* gleich der gegebenen Lini *A*, vnnd ist dieser Proposition vollkömlich genug geschehen.

PROBLEMA XIII.

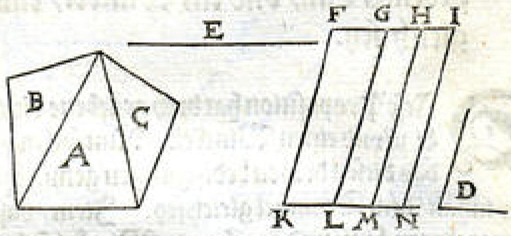
Die XLV. Proposition.

Ein Parallelogram zumachen/ daß sich in der grösse/ oder inhalt mit einer gegebenen rechtlinischen Figur vergleiche/ vnd eine seiten habe/ die einer gegebenen Lini gleich sey/ wie auch einen Winckel/ einem andern gegebenen Winckel.

WAS die nechstvorhergehende Proposition gelehret hat von dem Triangel/ welche vnter den rechtlinischen Figuren die erste ist. Das weiset diese Propositio von allen rechtlinischen Figuren in gemein/ allein das solche in Triangel resolvirt müssen werden.

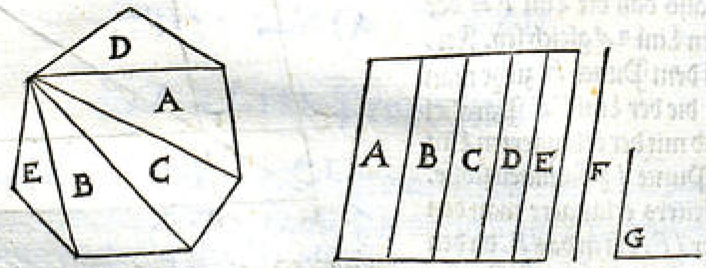
Zum Exempel:

Die gegebene Lini ist *E*, der Winckel *D*, die rechtlinische Figur *ABC*, welche inn drey Triangel resolvirt wird/ als in *A*, in *B*, vnd in *C*. Nun mache man ein Parallelogram deß eine seiten der Lini *E*, vnd ein Winckel dem Winckel *D* gleich sey/ Wie auch deß Parallelograms inhalt so groß sey/ als deß Triangels *A*, nach außweissung der 44. Proposition/ solches sey das Parallelogram *FGLK*. Gleicherweiß sey das Parallelogram *GHML*, gleich dem Triangel *B*, vnd endlich das Parallelogram *HINM*, dem dritten Triangel *C*.



Diese drey Parallelogram setze man zusammen/ das eines darauß werde/ dieweil die drey seiten/ als *FK*, *GL*, vnd *HM*, Wie auch die drey Winckel/ als *FKL*, *GLM*, vnd *HMN* einander gleich seyn. So ist offenbar/ daß das gantze Parallelogram *FINK*, der rechtlinischen Figur *ABC* gleich sey/ vnd die seite *FK* der Lini *E*, vnd der Winckel *FKN* dem Winckel *D*.

Gleiches ist zuverstehen von der Figur mit fünff Triangeln.

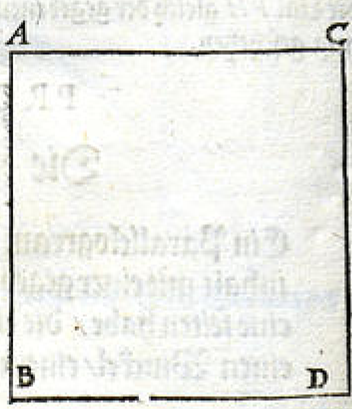


PROB EMA XIV.

Die XLVI. Proposition.

Auff eine gegebene Lini ein Quadrat/ oder Winckelrechte gleichseitige Figur zusetzen.

WAs ein Quadratfigur sey/ ist droben in der 30. Beschreibung angzeiget worden.



Nach dem vortheil oder kurtzen weg bey der 11. Propos. angezeigt/ Ziehe auß dem Punct *A* oder *B*, als auß dem äussersten theil der gegebenen Linien *AB* eine Perpendicularem die gleich so lang sey als die gegebene/ nemlich *AC*, nachmals erweitere man den Zirckel nach der weite oder länge *AB*, oder *AC*, vnd setze den einen fueß deß Zirckels in das *B*, vnnd mit dem andern mache man ein rißlein bey dem *D*, deß Zirckels al-

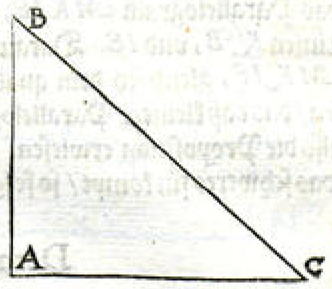
so vnso vnverrückt einen fueß / setze man in das C, vnd mache wider ein rißlein bey dem D, Wo nun diese rißlein einander durchschneiden / da solle man zwo Linien ziehen / als DC vnd DB, so ist das Quadrat beschrieben. Die demonstratio ist für sich offenbar/dann allhier seyn vier rechte Winckel/vnd vier gleiche seiten.

THEOREMA XXXIII.

Die XLVII. Proposition.

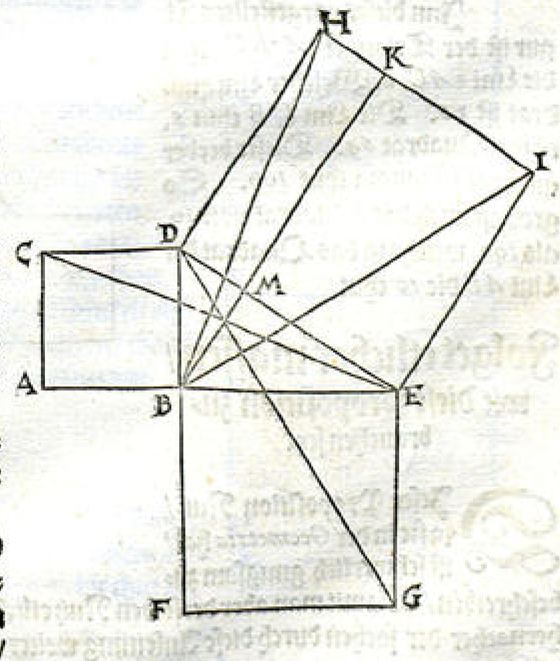
In den Winckelrechten Triangeln/ist das Quadrat der seiten/ so dem rechten Winckel vnterzogen / gleich so groß als beede Quadrat / so von den zweyen seiten / welche den rechten Winckel beschliessen/ gemacht werden.

IN diesem Winckelrechten Triangel ABC, ist dem rechten Winckel BAC, vnterzogen die Lini BC, die andere zwo Linien/ als BA, vnnd AC, beschliessen den rechten Winckel/ So saget nun diese Proposition/ das daß Quadrat/ so gemacht wird/ von der Lini BC gleich so groß sey / als beede Quadrat / so da gemacht werden von den Linien BA, vnd AC.



Demonstratio.

In dieser Figur ist ein Winckelrechter Triangel mit BDE bezeichnet / auff dessen Linien oder seiten / sind nach vorhergehender Lehrquadraten gestellet. Nun muß man beweisen / das daß Quadrat DHIE so groß sey/ als beede andere BEFG, vnd ACDB.



Diß kan nun also geschehen: Man felle auß dem rechten Winckel DBE ein Perpendikel auff die Lini DE fellt in M. Diese erlängert man biß zu ende deß Quadrats/fellt in K.

Ferner ziehe man auß gemeltem gerechten Winckel auch die Linien BH, vnd BI.

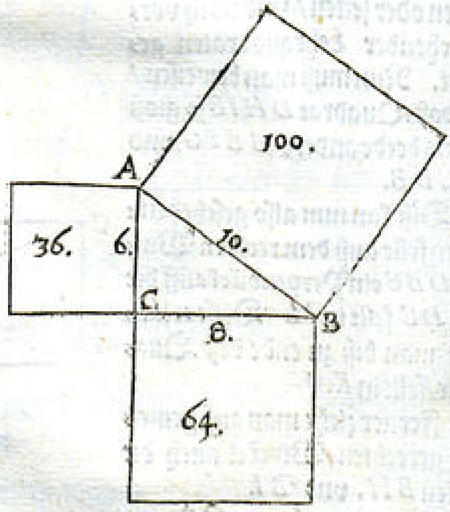
Endlich/die Linien CE, vnd DG, so ist die Figur zur Demonstration bereit. In dieser bereiten Figur ist das grössere Quadrat/ Nemlich DHIE, in zwey vnterschiedliche Parallelogram abgetheilet / als in DHKM, vnd KMIE, so muß erstlich bewiesen werden/ das daß grösser Parallelogram KMIE, gleich sey dem grössern quadrat BFEG, vnd das kleinere Parallelogram DHKM, gleich dem quadrat CDAB. So nimbt man erstlich für sich die zween Triangel DEG, vnd BIE, die sind einander gleich / auß diesen vrsachen: Alle gerechte Winckel sind einander gleich/vnd die Winckel deß Quadrats sind alle gerecht/ darauß folget / daß der Winckel DEI gleich sey dem Winckel BEG.

Wann man nun zu gleichen dingen gleiche ding thut / so sind die vermehrte ding einander gleich / Nun thue ich den Winckel *DEB* zu dem Winckel *DEI*, vnd auch zu dem Winckel *BEG*, die einander gleich sind / darauß muß folgen / daß der Winckel *BEI* gleich sey dem Winckel *DEG*. Item / die Lini *EG*, deß Triangels *DEG* ist gleich der Lini *EB*, deß andern Triangels *BEI*, dieweil die seiten im Quadrat alle einander gleich sind / Vnd eben auß der vrsach ist auch die Lini *EI* deß Triangels *BIE* gleich der Lini *ED*, die da ist ein seiten deß Triangels *DGE*, Weil dann nun der Triangel *DEG*, den Winckel *DEG* gleich hat / wie der Triangel *BIE*, den Winckel *BIE*, auch die Lini *EI*, gleich ist der Lini *DE*, vnd *EG* gleich *BE*, so muß laut der 4. Proposit. dieses Buchs folgen / daß beede Triangel gantz einander gleich seindt.

Weil nun nach der Lehr der 41. Proposition diß Buchs / das Quadrat *BEGF* noch so groß ist / als der Triangel *DEG*, vnnd auch das Parallelogram *MKIE*, auß bemeldter vrsach noch so groß ist / als der Triangel *BEI*. Dann das quadrat *BEFG* stehet mit dem Triangel *DEG*, zwischen den Parallel Linien *FD*, vnd *GE*, vnnd das Parallelogram *MKIE*, stehet mit dem Triangel *BIE* zwischen den Parallel Linien *KB*, vnd *IE*. Darauß ist dann gnugsam erwiesen / das daß Parallelogram *MKIE*, gleich sey dem quadrat *BEFG*. Also auch wird gleicher weiß erwiesen / das daß kleinere Parallelogram *DHKM*, gleich sey dem quadrat *CDAB*, ist also die Proposition erwiesen. Weil aber diese demonstration in Linien erstlich etwas schweres fürkömpt / so folget hernach ein andere durch Zahlen.

Demonstratio durch Zahlen.

Inn dieser vorgestellten Figur ist der Triangel *ABC*, thut die Lini *AC*, 6. Welcher Lini quadrat ist 36. Die Lini *CB* thut 8. ist jhr Quadrat 64. Dieser beeder quadrat Summa thut 100. So groß ist auch das Quadrat von 10. als 100. welchs ist das Quadrat der Lini *AB*. die 10 thut.

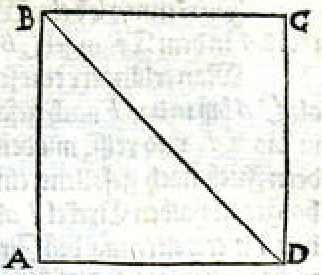


Folget etlicher massen / wie diese Proposition zu brauchen sey.

Dieser Proposition Nutz / so sie in der *Geometria* hat / ist schwerlich gnugsam zu beschreiben / Damit man aber derselben Nutz etlicher massen verstehen möge / vnnd hernacher der sachen durch diese Anleitung weiter nachdencke / so folgen derselbigen etliche.

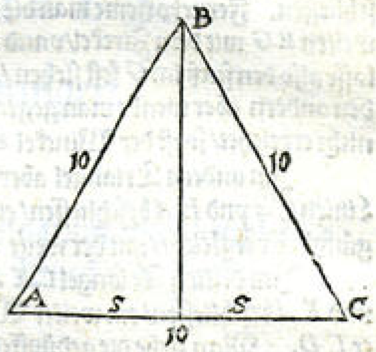
Erstlich / in einem jeden Quadrat / thut das Quadrat / so von desselben Diameter gemacht wird / gleich noch so viel / als das Quadrat durch welches der Diameter gehet.

Als zum Exempel:



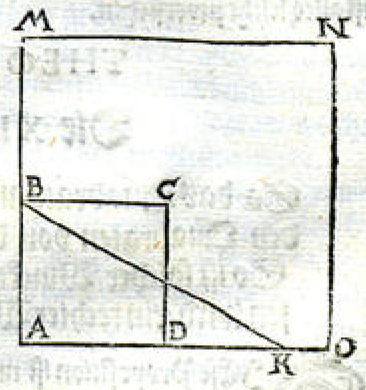
Das Quadrat sey ABCD, durch welches geht der Diameter BD. Wann man nun ein Quadrat von dieser Lini macht/ thut dasselbe gleich noch so viel als das Quadrat ABCD, durch welches die Lini gehet. Solches dienet sehr wol/ wann man ein Quadrat beschreiben will/ welches noch so viel thut/ als ein fürgebens Quadrat.

Darnach ist auch diese Proposition sehr nützlich in Perpendicular Linien zu finden/ dessen wir mit diesem gleichseitigen Triangel mit ABC bezeichnet/ wollen ein Exempel anzeigen: Als ich will wissen/ wie lang das Perpendikel/ so auß B auff die Basin AC fället/ sey/ (allhie ist zu mercken/ daß durch diß Perpendikel die Basis in zween gleiche theil getheilet wirdt) so Subtrahiere ich das Quadrat der Lini A 10. vom Quadrat der Lini AB, Kompt das Quadrat der begerten Lini B 10. Darumb 5. Quadrirt kompt 25. vnnd 10. Quadrirt kompt 100. Nun 25. von 100. subtrahirt/ rest noch 75. auß diesen 75. die Quadratwurtzel extrahirt/ kompt mir jhr länge/ so ich begeret.

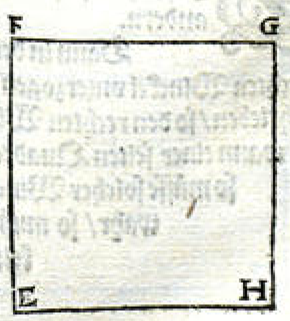


Item/ ich hab zwey Quadrat/ wie hie mit ABCD, vnd EFGH bezeichnet ist/ auß diesen beeden Quadraten wolte ich gerne eins machen/ das doch eben so viel thut/ als die beede/ ist nun die frage/ wie jhm zuthun sey?

Ich erlängere die Lini AD, vnnd zeichene auff die erlängerte Lini ein seiten des Quadrats EFGH, die fället in K, Hole darnach auß B die Lini BK, so habe ich ein seiten meines begerten Quadrats/ damit beschreibe ich das Quadrat AMNO, vnd habe meinem begeren genug gethan.

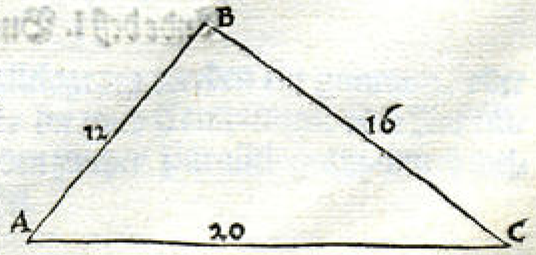


Deßgleichen kan auch in allen Winckelrechten Triangeln/ vermittelst dieser Proposition/ wann zwo seiten bekandt seyn/ die dritte bekandt werden.



Als zum Exempel:

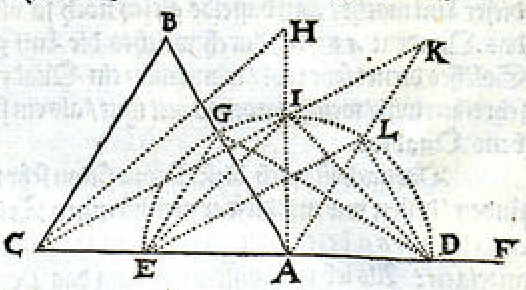
Hie ist ein Winckelrechter Triangel/ dessen rechter Winckel ist ABC. Nun ist mir die seiten AC bekandt/ die thut 20. Item/ die seiten AB, die thut 12. Frage/ wieviel die Lini oder seiten BC thue? Diß geschicht also: Quadriert die Lini AB vnnd AC, kompt für AB 144. vnnd für AC 400. Nun Subtrahirt von AC, als der *hypotenusa*, so 400. thut/ AB, so 144. thut/ Rest noch 256. von diesem Rest die Quadratwurtzel extrahirt/ kompt wie lang die Lini BC sey/ Nemlich 16. Vnd also nach diesem Exempel/ kan man die andrn alle machen.



Zuer=

zuerkennen/ob ein Winckel recht sey oder nicht. Als zuwissen/ ob der Winckel A in dem Triangel CBA ein rechter sey oder nicht.

Man erlängere eine seiten auß den beeden/ so solchen Winckel A beschliessen/ als CA biß in das F nach gefallen. Hernach setze man den einen Fueß deß Zirckels in das A, vnd reisse mit dem andern Fueß nach gefallens ein verborgenen halben Circkel / alleine daß die erweiterung deß Zirckels nicht grösser sey/ als die seiten AB, welche den Winckel A hilfft beschliessen. Ferners neme man die weiten EG mit dem Zirckel/ vnnd lasse also den fueß im G fest stehen / den andern aber wende man gegen dem D. So nun solcher denselben Punct D nicht erreichet/ so ist der Winckel A kein rechter Winckel/ sondern ein scharffer.



Im andern Triangel aber / als CHA, ist der Winckel A, welchen die zwo Linien CA vnd HA beschliessen/ ein rechter Winckel/ dieweil die rechte weite EI, sich gäntzlich vergleichet mit der weitt ID.

Im dritten Triangel CKA, ist der Winckel A, welchen die zwo Linien CA vnd KA beschliessen/ ein weiter Winckel/ dieweil die weite EL grösser ist/ als die weite LD, Man ziehe die gedüpffelte Linien EG, GD, EI, ID, vnd EL, LD, so ist alles leicht zuverstehen.

THEOREMA XXXIV.

Die XLVIII. Proposition.

So das Quadratum einer seiten eines Triangels gleich ist / den Quadraten von den andern zweyen seiten beschrieben / So ist solcher Winckel / welcher von diesen zweyen beschlossen wird/ ein rechter Winckel.

DIese Proposition ist nur die vorige vmbgekehret / vnnd folget eine auß der andern.

Dann in der vorigen 47. ist erwiesen worden/ daß das Quadrat dem rechten Winckel vnterzogen/ gleich sey dem Quadraten von den zweyen seiten beschrieben / so den rechten Winckel beschliessen. Allhier saget die Propositio / daß / wann einer seiten Quadrat / gleich sey dem Quadrat der andern beeden seiten / so müsse solcher Winckel ein rechter Winckel seyn/ Dann ist das vorige wahr / so muß diß auch wahr seyn. Bedarff demnach keines jrrigen vnd weitläufftigen demonstrirens.

Ende deß I. Buchs.

Das

Das 2. Buch EVCLIDIS.

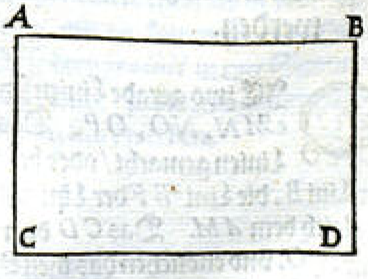
Die Beschreibungen.

I.

EIn jedes Winckelrechtes Parallelogram wird beschlossen von zweyen Linien / so den rechten Winckel begreiffen oder machen.

Allhie möchte ein Einfältiger gedencken/ EVCLIDES were jhm zuwider / dieweil er droben in der 12. allgemeinen wissenschafft vorgeben/ das zwo Linien keine Figur beschliessen/ allhier aber sagt/ daß ein Winckelrechtes Parallelogram/ welches dann eine Figur ist / von zweyen Linien beschlossen werde.

Derselbige aber solle wissen / daß die 12. allgemeine wissenschafft redet von zweyen blossen Linien/ wie sie ligen / vnd keine in die andere vermehret oder Multiplicirt wird. Allhier aber redet EVCLIDES nicht von zweyen Linien also bloß / sondern saget/ daß ein Winckelrechtes Parallelogram / als ein Winckelrechte vierung gemachet werde von zweyen Linien / da eine in die ander vermehret/ solche Figur giebt vnd beschleußt/ Wie auß folgenden Propositionen wird leichtlich zuverstehen seyn.

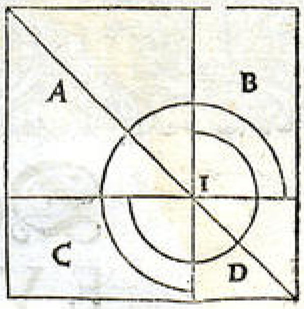


Ist also ein Winckelrechtes Parallelogram eine Widerholung/ oder gegenübersatz der zweyen Linien / welche den rechten Winckel beschliessen. Als in beygesetztem Winckelrechtem Parallelogram *ABCD*, geschicht eine widerholungo der gegensatz der zweyen Linien *BA* vnd *AC*, die den rechten Winckel *A* beschliessen/ Als nemlich *CD* vnd *DB*, dann *CD* ist gleich der *AB*, vnd *DB* der *CA*.

II.

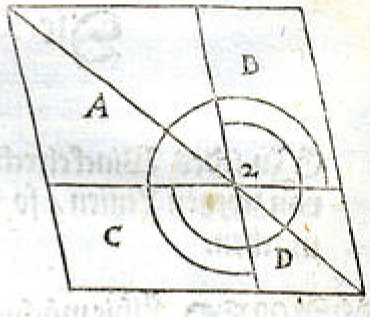
In einem jeden Parallelogram werden ein gnomon, oder Winckelhack genandt / die zwey Complement oder Außfüllung / mit einem auß den zweyen Parallelogram/ durch welche der Diameter gehet.

ALs in beygesetzten Winckelrechtem Parallelogram mit *I* verzeichnet/ machen die zwey Complement/ oder Außfüllungen *B*, *C*, Mit einem auß den zweyen Parallelogram/ es sey gleich *A* oder *D*, ein *Gnomonem* oder Winckelhacken *B A C* oder *B D C*, wie die Circkelriß außweisen.



Was die Complement oder Außfüllungen seyn. Item/ die Parallelogram/ so vmb den Diametrum stehen / das ist im Ersten Buch gelehret worden.

Zu mercken/ daß diese Beschreibung EUCLIDIS nicht allein von den Winckelrechten Parallelogram/ sondern auch von allen andern Parallelogram kan verstanden werden/ Wie die ander Figur mit 2. gezeichnet / allhier außweiset. Nichts desto weniger/ weil EUCLIDES in diesem gantzen 2. Buch allein von den Winckelrechten Parallelogram handelt/ So mag man einen *Gnomonem*, oder Winckelhacken verstehen/ Wie inn der ersten Figur ist gewiesen worden.

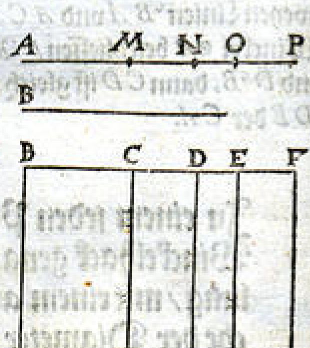


THEOREMA I.

Die Erste Proposition.

So zwo gerade Linien seyn/ vnd eine derselben in etliche vnterschiedliche theil (gleiche oder vngleiche) zertheilet wird / So vergleichet sich das Winckelrechte Parallelogram von den zweyen gantzen Linien beschlossen / mit den jenigen Winckelrechten Parallelogram samptlich so von der gantzen Lini/ vnd von einem jedwedern Stücke / der zertheilten Lini beschlossen werden.

DIE zwo gerade Linien seyn *A* vnd *B*, Die Lini *A* sey zertheilet in *AM*, *MN*, *NO*, *OP*. Das Winckelrechte Parallelogram von den zweyen Linien gemacht/ oder beschlossen ist *BF*, *LG*, dann die Lini *BG* ist gleich der Lini *B*, die Lini *BF* der Lini *A*. Das theil *BC* ist gleich dem *AM*. Das *CD* dem *MN*, das *DE* dem *NO*, vnd endlichen das theil *EF* dem *OP*.



Nun saget die Proposition/ daß das Winckelrechte Parallelogram *BFLG* gleich sey dem Winckelrechten Parallelogram *GC*, *HD*, *IE*, vnd *KF* allezusammen/ Welches dann auß beygesetzter Figur leicht zuverstehen ist/ dieweil die Linien *BG*, *CH*, *DI*, *EK*, *FL*, einander gleich seyn/ vnd die theil *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, mit diesem besondere Parallelogram begreiffen/ welche allezusammen das gantze Winckelrechte Parallelogram *GF* machen. Dieser Proposition gründliche Warheit bestehet in dieser allgemei-

nen

nen wissenschafft oder erkäntnuß / welche zwar von dem Euclide ist außgelassen / vom Clavio aber hinzu gesetzt worden / vnd ist diese:

Ein jedes gantzes ding vergleichet sich mit allen seinen theilen samptlich / oder wann sie alle mit einander zusammen genommen seyn / so vergleichen sie sich mit dem gantzen. Also das gantze Winckelrechte Parallelogram GF, ist in die vier andere Winckelrechte Parallelogram abgetheilet / als in GC, HD, IE, KF, Welche fünff zusammen gleich so groß seyn / als das gantze Parallelogram GF.

In Zahlen ist es noch leichter zuverstehen.

Die länge der gantzen Lini A, oder BF sey 20. Die Lini B, oder BG sey 15. Man multiplicire / oder vermehre diese zwo Zahlen mit einander $\frac{20}{\frac{15}{100}}$ so kompt herauß die grösse deß gantzen Winckelrechten Parallelograms GF, Als nemlich 300. Nun sey aber die Lini A in vier theil abgetheilet / vnnd sey BC 8. CD 5. DE 3. EF 4, Wann man nun diese theil alle in die seiten EG, das ist 15. vermehret / so kompt herauß die grösse deß Parallelograms GC 120. ND 75. deß IE 45. Vnd endlich deß KF 60. Wann nun dieses alles zusammen Summiret wird / so kompt herauß die grösse oder inhalt deß gantzen Parallelograms GF 300. wie zuvorn.

Appendix, Anhang.

ES ist auch zumercken / daß die *species* in der *Arithmetica*, so *Multiplicatio* genandt wird / nicht allein hierinnen jhren grundt vnd beweiß hab / sondern es wird auch ein leichter vnd kurtzer weg / sonderlich für anfangenden gelehret: Als wann man zwo grosse Zahl mit einander vermehren oder multipliciren solle / vnd es einem vngeübten etwas schwer vorfället / So lehret diese Proposition / daß man die eine Zahl in etliche kleinere theil abtheilen soll / vnd denn die andern Zahl durch jedwederskleines theil insonderheit vermehren / oder multipliciren / Vnd dann hernach die *product* in eine Summa ziehen / welches eben so viel ist / als wann man die zwo gantze Zahlen mit einander vermehret hette.

Zum Exempel:

Ich solle diese zwo Zahlen mit einander vermehren / oder multipliciren 365. vnd 24. So resolvier / oder theile ich die grössere Zahl in drey kleinere theil / als in 300. 60. vnnd 5. Vnd vermehre oder Multiplicir erstlich 300. mit 24. kompt 7200. Hernach 60. kompt 1440. Endlichen 5. kompt 120. Diese drey *product* in eine Summa gezogen / machen 8760. Welche summa auch herauß kompt / so die zwo gantze vnnd vorgegebene Zahlen mit einander vermehret / oder multiplicirt werden.

THEOREMA II.

Die II. Proposition.

So ein gerade Lini nach gefallens zertheilet wird / so werden sich die Winckelrechten Parallelogram / so von der gantzen Lini / vnd den theilen gemacht seyn / mit dem Quadrat vergleichen / so von der gantzen Lini gemacht worden.

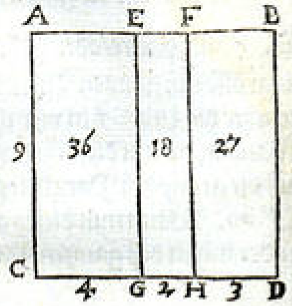
DJeser Proposition beweiß / ist auß der nechst vorhergehenden leicht zuverstehen / Was den Nutz anlanget / so weiset diese Propositio / wie man eine vorgegebene Zahl leichtlich quadriren möge.

Im Griechischen Text stehet zwar nur von zweyen theilen / als wann eine gegebene

gebene Lini nur in zwey theil / nach gefallens zertheilet wird. Aber weil dieser Proposition Warheit auch erscheinet / wann eine Lini nicht allein in zwey / sondern in drey oder mehr theil abgetheilet wird / Als hab ich in der Proposition / das Wort zwey außlassen wollen / damit der Leser nicht jrr gemacht werde.

Zum Exempel:

Die gegebene Lini ist *AB*, zertheilet in *E* vnd *F* in drey theil. Die länge der gantzen Lini ist 9. *AE* 4. *EF* 2. *FB* 3. Das Quadrat gemacht von der Lini *AB* ist *ABCD*, oder 81. Nun sollen die drey Parallelogram / als *AEGC*, *EFHG*, vnnd *FBDH* zusammen so viel machen als das Quadrat von *AB* gemachet / das sihet man nun in den Zahlen gar wol. Dann man multiplicir 9. mit 4. so kompt 36. die grösse / oder inhalt deß ersten Parallelograms. Hinwiderumb multiplicir man 9. mit 2. so kompt 18. der innhalt deß andern Parallelograms. Endlich mit 3. multiplicirt die Lini *AB*, das ist 9. so kompt der innhalt 27. deß dritten Parallelograms. Nun diese drey Zahlen zusammen summirt / kompt herauß 81. das ist der innhalt deß Quadrats / gemacht von der gantzen Lini 9.



Der Nutz aber dieser Proposition ist sonderlich dieser / wie wir zuvor gesaget / Wenn man grosse Zahlen quadriren will / so Resolvirt man solche in kleinere / vnd ist hierinnen dem vngeübten ein leichter Weg zur Multiplication fürgestellet. Als ich soll 365. quadriren / so Resolvire ich sie in kleine theil / als in 300. 50. 10. 5. Vnd multiplicir die gantze Zahl mit einer jedwedern geringern / vnnd hernach alles zusammen summirt / so kompt das Quadrat der vorgenommenen Zahl herauß / als 133226.

THEOREMA III.

Die III. Proposition.

So eine Lini nach gefallens zertheilet wird / so ist das Parallelogram / welches von der gantzen Lini / vnd von einem theil derselben gemacht wird / so groß als das Parallelogram / gemacht von zweyen theilen / vnnd dem Quadrat deß vorbenanten theils.

Diese Proposition ist nicht schwer / sonderlich dem jenigen / welcher die ersten recht verstehet / allein weil sie etwas lang / muß man die vmbstände recht vnd wol in acht nemen.

Es ist auch zu mercken / daß die gantze Lini nur in zwey theil / gleiche oder vngleiche allhier zertheilet / man kan sie aber wol auch gebrauchen / wenn sie in mehr theil getheilet wird / Davon sihe zu end dieser Proposition.

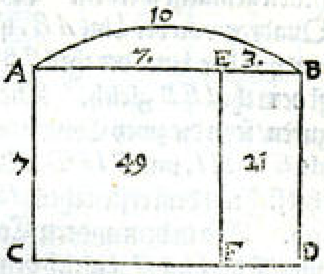
Nun will ich die Demonstration / so wol in Linien / als in Zahlen anzeigen.

Die gegebene Lini ist *AB*, in zwey theil zertheilet in *E*.

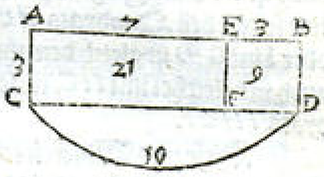
Nun erstlich sey das Parallelogram *ABCD*, gemacht von der gantzen Lini *AB*, vnnd dem theil *AE*, dann die Lini *AC* ist gleich der Lini *AE*. So soll jetzundt das Parallelogram gemacht von den zweyen theilen *AE*, vnd *EB*, Welches ist *EBDF*, sampt dem Quadrat von dem theil *AE*, dem vorigen Parallelogram gleich seyn / Das sihet man nun auß der *Construction* oder *structura* gantz augenscheinlich.

ſcheinlich. Dann das Parallelogram *EBDF*, vnd das Quadrat *AEFC* zuſammen / vergleichen ſich durchauß dem Parallelogram *ABCD*.

Alſo in der andern Figur / iſt wider die gegebene Lini *AB*, gleichesfals abgetheilet in *E*. Das Parallelogram gemacht von der gantzen Lini *AB*, vnd dem andern theil *EB*, vergleichet ſich mit dem Parallelogram *AEFC*, vñ dem Quadrat *EBDF*.



Jetzundt in Zahlen.

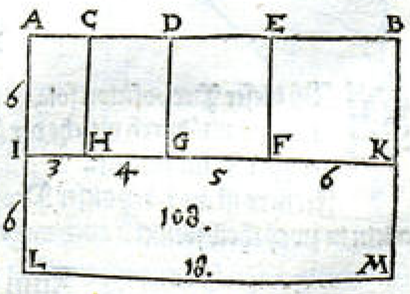


Der Lini *AB* länge iſt *10*. *AE 7*. vnnd *EB 3*. Nun Multiplicir ich die gantze Lini *AB*. das iſt *10*. mit dem theil *AE*, das iſt *7*. ſo kompt *70*. Das Parallelogram aber / von den zweyen theilen *AE*, vnd *EB* gemacht / iſt *21*. Das Quadrat aber von dem theil *AE* iſt *49*. Dieſe zwey zuſammen machen *70*. wie zuvor das Parallelogram.

In der andern Figur iſt die gantze Lini / vnd die zween theil wie zuvor / Das gantze Parallelogram gemacht von der gantzen Lini *AB*, vnd *EB* iſt *ABCD*, Nemlich *30*. Das Parallelogram von den zweyen theilen *AE*, vnd *EB* iſt *21*. wie zuvor. Aber das Quadrat deß theils *EB* iſt *9*. zuſammen ſummirt / machen *30*. Wie oder ſo groß das gantze Parallelogram iſt.

So aber die gantze Lini in mehr theil zertheilet wird / ſo neme man einen auß demſelben theil / vnd multiplicir die gantze Lini damit / ſo kompt das Parallelogram / oder Winckelrechte Figur herauß.

Hernach Multiplicir die andern theil mit dieſem jetztgemelten / vnd endlich in ſich ſelbſten / vnd ſummir denn alles zuſammen / ſo kompt die vorige Summa herauß. Als in beygeſetzter Figur iſt die Lini *AB*, oder *IK*, oder *LM*, in vier theil zertheilet / als inn *C, D, E*. vnd helt *AB* in der länge *18*. *IH* helt *3*. *HG 4*. *GF 5*. vnd endlich *FK 6*. Nun multiplicir *6*. in *18*. das iſt *BK*, oder *AI* in *AB*, ſo kompt die gantze winckelrechte Figur *ABKI* herauß *108*. Ferner multiplicir ich *6*. in *3*. kompt *18*. inn *4*. kompt *24*. in *5*. kompt *30*. vnd endlich in ſich ſelbſten kompt *36*. Dieſer Winckelrechten Figur größ / oder innhalt zuſammen ſummirt / kompt herauß *108*. wie zuvor.



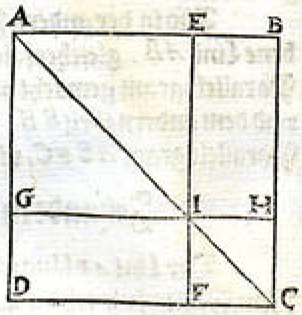
THEOREMA IV.

Die IV. Propoſition.

So ein Lini nach gefallens zertheilet wird / ſo vergleicht ſich das Quadrat der gantzen Lini mit den Quadraten der beeden theil / vnd mit den Winckelrechten Figuren / ſo zweymal von den beeden theilen gemacht worden ſämptlich.

Die Lini iſt *AB*, nach gefallens zertheilet im *E*. Nun ſaget die Propoſitio / daß das Quadrat gemacht von der gantzen Lini *AB*, als *ABCD*, ſich vergleiche mit den Quadraten / ſo gemacht werden von den beeden theilen / *AE* vnd

AE, vnd *EB*. vnd mit den Winckelrechten Figuren / so zweymal von diesen beeden theilen gemacht werden. Welches denn allhie augenscheinlich zusehen. Denn das Quadrat/von der Lini *AE*, ist *AEIG*. Das Quadrat von der Lini oder theil *EB*, ist *IHCF*. Denn *IH* ist dem theil *EB* gleich. Die zwo Winckelrechte Figuren/ seyn die zwey Complement oder außfüllungen/ als *EBHI*, vnd *GIFD*. Denn die Lini *EI* vergleichet sich mit dem ersten theil *AE*, vnd so bleibet *EB* vor sich. Also in dem andern Complement oder Außfüllung/ist die Lini *GI* gleich dem theil *AE*, Sintemal es eine seiten deß Quadrats *AEIG* ist. Also die seiten oder Lini *GD* ist gleich dem theil *EB*, Sintemal sie sich auch vergleichet mit *HC*, welchs eine seite ist deß Quadrats *IHCF*.



Diese zwo Winckelrechte Figuren / als *EBHI*, vnd *GIFD*, mit den zweyen Quadraten *AEIG*, vnd *IHCF*, vergleichen sich durchauß mit dem gantzen Quadrat *ABCD*, wie augenscheinlich zuersehen.

In Zahlen ist es noch leichter zuverstehen.

Die gantze Lini *AB* begreifft 10. der theil *AE* 7. vnd *EB* 3. Das Quadrat der gantzen Lini *AB*, das ist *ABCD* ist 100. Das quadrat von der Lini *AE*, das ist *AEIG* ist 49. Das quadrat von dem theil *EB*, das ist *IHCF* 9. Beede quadrat zusammen machen 58. Die Winckelrechte Figur *EBHI*, so gemacht wird/wenn man 7. mit 3. Multiplicirt/ ist 21. Also groß ist auch die andere Winckelrechte Figur *GIFD*. Beede zusammen machen 42. Mit den vorigen zweyen Quadraten in eine Summa gezogen/ machen 100. die größ nemlich deß Quadrats der gantzen Lini *AB*.

Anhang.

Auß dieser Proposition folget/ daß in einer jeden quadrat Figur die jenige Parallelogram/ durch welche der Diameter gehet / auch quadrat seyn/ als in der vorigen Figur zusehen.

Ferners ist auch bey dieser Proposition zumercken/ das die gegebene Lini nicht allein in zwey theil/sondern auch mehr/ als 3. 4. ꝛc. kan zertheilet werden.

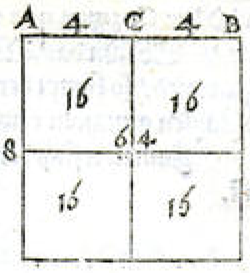
Zum Exempel:

Die Lini *AB* sey 12. zertheilet in drey theil/ in *C*, *D*, vnd sey *AC* 3. *CD* 4. *DB* 5. Das Quadrat von 3. ist 9. von 4. ist 16. von 5. ist 25. mit *E*, *F*, *G* bezeichnet. Die Winckelrechte Figuren/ so von den theilen zweymal gemacht werden/ seyn *H*. *H*. 12. 12. *I*, *I*, 15. 15. vnd *K*, *K*, 20. 20. Diese Zahl alle inn eine Summa gezogen/ machen 144. gleich so viel als das quadrat der gantzen Lini *AB*, oder 144.

In dieser Proposition stehet auch sonderlich der grundt vnnd beweiß der Arithmetischen Regel/ wie man die *radicem quadratam*, oder gevierte Wurtzel auß einer vorgegebenen Zahl ziehen soll. Dieweil aber solches etwas schwer/ sonderlich den anfangenden/ so laß ichs allhie dabey bewenden/ denn solches sonderlich den *Arithmeticis* zustehet.

Item/

Item / auß dieser Proposition ist offenbar / daß ein Quadrat einer gegebenen Lini viermal so groß ist / als das Quadrat von der halben Lini gemacht / wie beygesetzte Figur außweiset. *AB* ist 8. das Quadrat davon 64. *AC* ist der halbe theil 4. sein quadrat 16. nemlich der vierdte theil von 64.

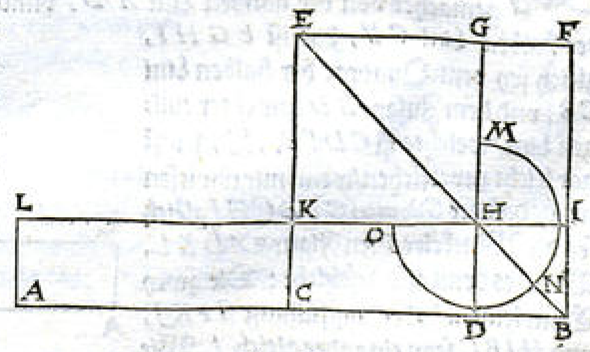


THEOREMA V.

Die V. Proposition.

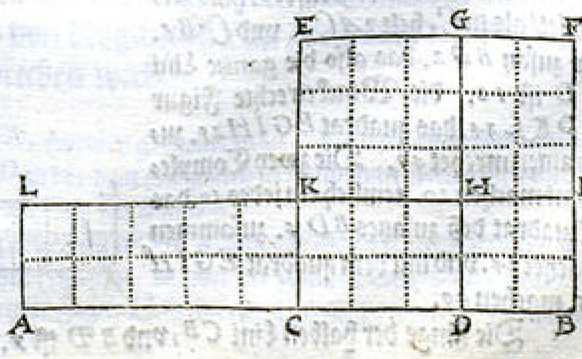
So eine Lini in zween gleiche / vnd in zween vngleiche theil zertheilet wird / So ist das Quadrat der halben Lini gleich der Winckelrechten Figur / so von den zweyen vngleichen theilen beschlossen / sampt dem Quadrat des jenigen / vmb welches die halbe Lini kleiner ist / als die grössere oder längere der zwey vngleiche theil.

Die gegebene Lini ist AB gleich getheilet im C, aber vngleich im D. Nun saget die Propositio / daß das quadrat der halben Lini / das ist / CBFE gleich sey der Winckelrechten Figur ADHL, Welche gemacht wird von den zweyen vngleichen theilen / als AD vnnd DB, das ist AD vnd DH, sampt dem quadrat gemacht von CD, das ist EGHK. Dann CD ist der vnterscheid zwischen der halben Lini AC, vnnd dem grössern vngleichen theil AD.



Das nun solches wahr sey / so muß zuvor erwiesen werden / daß der *Gnomon* GFB CKH gleich sey / der Winckelrechten figur ADHL, diß wird nun leichtlich also erwiesen: Das Parallelogram / oder die Winckelrechte figur CBIK, ist gleich dem ACKL, Hinwiderumb ist GFBD gleich dem Parallelogram CBIK, vnd derhalben auch dem ACKL. So nun das Parallelogram CDHK zugesetzt wird / so folget daß der *Gnomon* GFBCKH gleich sey der Winckelrechten Figur ADHL. So nun das Quadrat der Lini CD, welches ist EGHK hinzugethan wird / so erscheinet der Proposition warheit.

In Zahlen ist es gar leicht zuverstehen / als die Lini AB sey 10. gleich getheilet im C, also das AC sey 5. vnd CB 5. Die vngleiche theil aber seyn AD 8. vnnd DB 2. Die Winckelrechte Figur ADHL 16. als 8. mit 2. multiplicirt. Das Parallelogram GFBD als 10. vergleichet sich mit dem Parallelogram ACKL. So nun das gemeine Parallelogram / als CDHK darzu gethan wird /



so wird

so wird der *Gnomon* GFBCHK seyn 16. gleich so groß als die Winckelrechte Figur ADHL. So nun das Quadrat der Lini CD, das ist EGHK, als 9. beederseits hinzu gethan wird / so kompt herauß 25. Vnd ist also der Proposition warheit mit Linien vnd Zahlen gnugsam erwiesen.

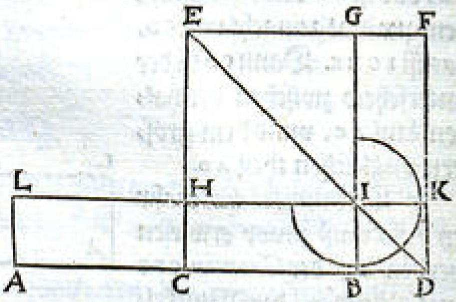
Zum überfluß betrachte beygesetzte Figur / welche in jhre Feldlein abgetheilet ist.

THEOREMA VI.

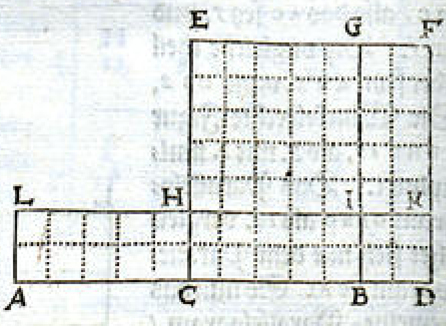
Die VI. Proposition.

So eine Lini in zwey gleiche theil abgetheilet / vnd hernach eine andere jhr gestracks in der länge zugesetzt wird / oder solche abgetheilte Lini vmb etwas erlängert wird. So vergleichet sich die Winckelrechte Figur / so gemacht wird von der gantzen Lini vnd dem zusatz / als einer einigen Lini / oder von der gantzen erlängerten Lini / vnd von dem zusatz / als der andern Lini sampt dem Quadrat der halben Lini / dem Quadrat der halben Lini vnd des zusatzes / als einer einigen Lini.

DIE Lini ist AB, gleich zertheilet in C. Der in der länge zugesetzte theil ist BD. Nun saget die Proposition / daß die Winckelrechte Figur ADKL, gemachet von der gantzen Lini AD, vnnd DK sampt dem Quadrat der halben Lini CB, das ist EGHI, gleich sey dem Quadrat der halben Lini CB, vnd dem Zusatz BD, als einer einigen Lini / welches ist CDFE. Dieses ist gar leicht zuverstehen / wenn nur erwiesen wird / daß der *Gnomon* GFDCHI gleich sey der Winckelrechten Figur ADKL. Welches denn also geschicht: Die zwey Complement / oder außfüllung GFKI, vnd HIBC seyn einander gleich / Wie schon vielmals ist erwiesen worden. So ist auch das Parallelogram ACHL dem CBIH gleich / derhalben auch dem GFKI. Das also daß gantze Parallelogram ABIL sich gäntzlich vergleichet mit den zweyen Complementen CBIH, vnd GFKI. So nun beederseits das quadrat BDKI addirt wird / so folget vnwidersprechlich / daß die Winckelrechte Figur ADKL sich mit vorgedachtem *Gnomone* vergleiche. So nun das Quadrat EGIH allen beeden als gleichen dingen zugesetzt wird / so folget daß sie auch durchauß einander gleich seyn / wie die Proposition vorgegeben hat.



Die Lini AB begreifft 10. halb zertheilet / als in C, helt AC 5. vnd CB 5. der zusatz BD 2. das also die gantze Lini AD ist 12. die Winckelrechte Figur ADKL 24. das quadrat EGIH 25. zusammen mrchet 49. Die zwey Complement machen 20. nemlich ein jedes 10. das Quadrat deß zusatzes BD 4. zusammen machet 24. vnd mit dem quadrat EGIH 25. machen 49.



Die länge der halben Lini CB, vnd BD ist 7. Dessen Quadrat CDFE 49.

Wie

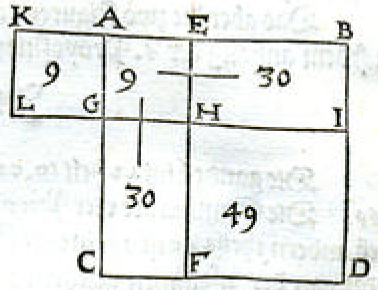
Wie man mehrer erklärung halben inn beygesetzter Figur die Feldtlein abzehlen kan.

THEOREMA VII.

Die VII. Proposition.

So eine Lini nach gefallens in zwey theil zertheilet wird / so vergleichen sich die Quadrat der gantzen Lini / vnd des einen theils sämptlich den jenigen Parallelogram / so von der gantzen Lini / vnd jetzt bemeldtem Stücke zweymal gemacht oder beschlossen werden / sampt dem Quadrat des andern theils.

Die Lini AB ist nach gefallens zertheilet in E. So saget die Proposition / daß das Quadrat von der gantzen Lini AB, als ABDC, vnd das quadrat deß einen theils / als AE, welches ist AEHG, sich vergleiche mit den Parallelogram oder Winckelrechten Figuren / so von der gantzen Lini AB, vnd dem theil AE zweymal gemacht werden / als da seyn BALI, vnd CAEF sampt dem Quadrat deß andern theils EB, welches ist HIDF denn die zwey Parallelogram ABIG, vnnd AEFC mit dem Quadrat HIDF beschliessen das gantze Quadrat ABDC, vnd bleibt das quadrat AEHG über / Ist also die Demonstratio vnd Warheit dieser Proposition leichtlich zuverstehen.



In Zahlen verhelt sichs also:

Die gantze Lini AB helt 10. AE 3. sein quadrat AEHG 9. EB 7. sein Quadrat HIDF 49. das Parallelogram ABIG 30. Wie auch das ander / als AEFC 30. das quadrat von der gantzen Lini AB, als ABDC 100, mit dem Quadrat AE als 9. macht 109. So viel machen auch die zwey Parallelogram mit dem Quadrat EB.

THEOREMA VIII.

Die VIII. Proposition.

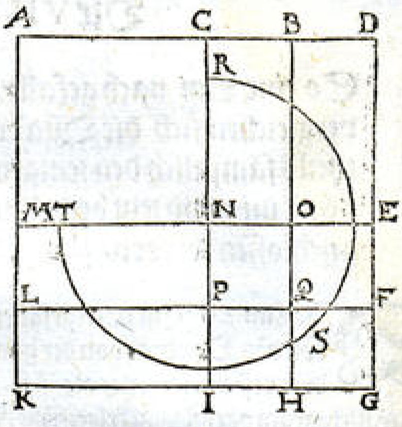
So eine Lini nach gefallens entzwey getheilet wird / So seyn die Parallelogram oder Winckelrechte Figuren / so von der gantzen Lini / vnd dem einen theil viermal gemacht werden sämptlich / mit dem Quadrat von dem andern theil / gleich dem Quadrat / so von der gantzen Lini / vnd vom ersten theil als einer Lini beschrieben wird.

Die gantze Lini ist AB, entzwey getheilet in C. Nun setze man der gantzen Lini AB den theil BD zu der dem CB gleich ist / vnd man beschreibe von dieser Lini AD ein quadrat / das sey ADGK.

Nun saget die Propositio / daß diesem Quadrat gleich seyn die jenigen Parallelogram oder Winckelrechte Figuren / so von der gantzen Lini AB, vnnd deren einen theil / als in beygesetzter Figur CB, viermal gemacht werden / sampt dem Quadrat deß andern theils AC.

Solches wird sich inn der Warheit also befinden / so wird erwiesen seyn / daß diese Parallelogram / so viermal von AB in CB gemacht seyn / sich gäntzlich mit dem *Gnomone* mit RST bezeichnet / vergleichen.

Das erste Parallelogram ist CBQP. Das ander BDFQ. Das dritte LMOQ. Das virdte KLQH, Durch diese Parallelogram / wie man sihet / wird der *Gnomon* außgefüllet biß auff das Quadrat QFGH.



Man sihet aber / daß die zwey Parallelogram CBQP, vnnd LMOQ, das quadrat NOQP zweymal außfüllen. Nun sind aber die zwey Quadrat NOQP, vnd QFGH einander gleich / dieweil die seiten einander gleich seyn. So nun eines von diesen zweyen in das übrige Quadrat versetzet wird / so erscheinet klar / daß die vier Parallelogram den bemeldten *Gnomonem* außfüllen. Nun setze man das Quadrat deß andern theils AC, als ACHM darzu / so ist der Proposition Warheit genugsam erwiesen.

Das aber die zwo Figuren / als NOQP, vnd QFGH Quadrat seyn / ist bekandt auß dem anhang der 4. Proposition.

Jetzundt in Zahlen.

Die gantze Lini AB helt 10. CB 3. denn AC 7. das Quadrat von AD, als 13. ist 169. Die Summa der vier Parallelogram oder AB in CB, als 10. Das Quadrat deß andern theils AC ist 49. in eine Summa gezogen / macht 169. Wie zuvor das quadrat von der zusammen gesetzten Lini AD gemachet.

THEOREMA IX.

Die IX. Proposition.

So eine Lini in zween gleiche / vnd widerumb in zween vngleiche theil abgetheilet wird / so seyn die Quadrat / welche von den zweyen vngleichen theilen beschrieben werden / samptlich zwey mal so groß / als die Quadrat / so gemacht werden / von der halben Lini / vnd von dem jenigen Stück / vmb welches die halbe Lini kleiner ist denn das grösser / vnter den zweyen vngleichen theilen.

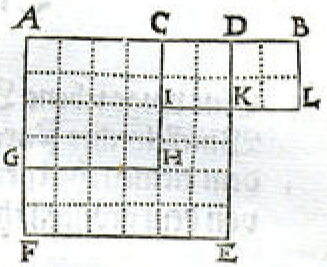
Die Lini AB ist erstlich gleich zertheilet in C, nemlich in AC, vnd CB, Hernach auch in vngleiche theil in D, als in AD vnd DB. Nun saget die Proposition / daß die quadrat der vngleichen theil AD, vnd DB sämptlich zweymal so groß seyn / als die quadrat der halben Lini AC, vnd CD, vmb welches stück die halbe Lini AC kleiner oder kürtzer ist / denn das länger oder grösser theil AD.

Die gemeine Demonstration dieser Proposition ist schwer vnnd etwas lang / also daß ich geachtet / es möchte solche von anfangenden schwerlich / oder wol gar nicht verstanden werden / Denn es will einen geübten haben / vnnd der das Erste Buch wol im Kopff habe / sonderlich wo einer keinen hat / der jhme alles mündtlich weise.

Dieweil

Dieweil aber mein *intent* diese Bücher also zu vertiren/ daß so viel müglich/ einer vor sich selbsten solche verstehen lernen könne. Als habe ich diese Proposition einem anfangenden auff das einfältigste demonstriren/ vnnd den beweiß mit Zahlen erklären wollen/ Wie folget:

Die Lini *AB* ist gleich zertheilet in *C*, vngleich aber in *D*, wie zuvor: die Quadrat der beeden vngleichen theil/ als *AD* vnnd *DB* seyn/ *ADEF* begreifft *36*. quadrat oder feldlein/ das ander *DBLK 4*. quadrat zusamen machen *40*. Das Quadrat der halben Lini *AC* ist *ACHG* begreifft *16*. Das Quadrat aber deß theils *CD*, vmb welches die halbe Lini *AC* kleiner ist denn der grösser vngleiche theil *AD*, ist *CDKI* begreifft *4*. quadrat zusammen machen *20*. Nemlich halb so viel als die vorigen Quadrat der vngleichen theil *AD* vnnd *DB*.



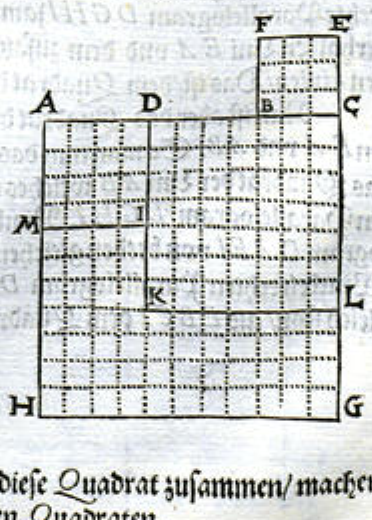
Also in grössern Zahlen. Die Lini *AB* helt *20*. Die halb Lini *AC 10*. Der vngleiche grössere theil *AD 13*. *DB 7*. Der vnterscheid *CE 3*. das quadrat von *AD* ist *169*. von *DB 49*. zusammen machen *218*. Das quadrat/ *AC* ist *100*. *CD 9*. zusammen *109*. nemlich der halbe theil von *218*.

THEOREMA X.

Die X. Proposition.

So eine Lini in zwey gleiche theil zertheilet/ vnnd ein andere solcher in der länge stracks zugesetzet wird/ So ist das Quadrat der gantzen Lini sampt dem Zusatz als einer einigen Lini/ mit dem Quadrat des Zusatzes/ zweymal so groß/ als das Quadrat von der halben Lini allein/ vnnd das Quadrat von der halben Lini/ vnnd dem Zusatz als einer Lini/ samptlich.

Die Lini *AB* ist in zween gleiche theil zertheilet in *D*, vnnd ist jhr inn der länge stracks zugesetzet worden *BC*. Nun ist der Propositio mainung/ daß das Quadrat der gantzen Lini *AB* mit dem Zusatz *BC*, das ist *AC*, mit dem quadrat *BC* doppelt oder zweymal so groß sey/ als die zwey quadrat *AD* vnd *DC*. Die demonstratio dieser Proposition ist eben so weitläufftig/ schwer/ vnnd einem anfangenden vnbegreiflich/ als die nechst vorhergehende: Derhalben ich sie nur einfältig/ wie zuvor geschehen/ mit Linien vnd Quadraten/ vnd denn auch mit Zahlen erklären will.



Die Lini *AB* helt *8*. ist gleich getheilet in *D*, Also daß *AD* vnd *DB 4*. halten/ der Zusatz *BC 3*. das Quadrat der gantzen Lini *AC 11*. ist *ACGH 121*. mit dem Quadrat deß Zusatzes *BC*, Welches ist *BCEF 9*. machen zusammen *130*.

Das Quadrat der halben Lini *AD*, als *ADIH* ist *16*. Das ander Quadrat von der halben Lini *DB*, vnd *BC* zusammen/ ist *DCLK 9*. beede diese Quadrat zusammen/ machen *65*. nemlich den halben theil von den vorigen beeden Quadraten.

Welchem

Welchem nun diese einfältige/ aber in warheit gewisse vnd aigentliche demonstration nicht wird genugsam seyn / der Proposition grundt vnnd Warheit zuverstehen/ dem kan es deutlicher nicht fürgestellt werden.

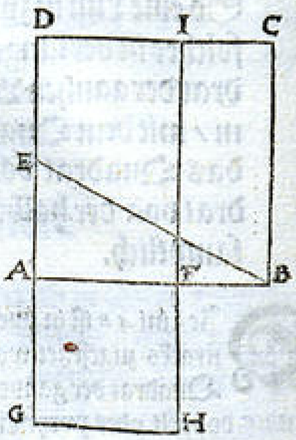
PROBLEMA I.

Die XI. Proposition.

Eine vorgegebene Lini also in zwey theil zertheilen / daß das Winckelrechte Parallelogram/ so von der gantzen Lini / vnd dem kleinen theil gemacht wird / gleich sey dem Quadrat / so von dem grössern theil beschrieben wird.

DIese Proposition kan keines weges inn gemeinen *rational* Zahlen erwiesen werden / Wie *Campanus*, sonderlich aber *Clavius* demonstrirt/ Wiewol *Scheubelius* vnd *Xilander* solches in *irrational*, als Surdischen vnd Binonischen Zahlen geleistet haben. Weil aber solche Rechnung wenigen recht bekant/ vnd dahero nicht hoch nötig / so laß ich es auch dabey bleiben / vnd will die demonstration in Linien/wie *Euclides* gethan/anzeigen.

Die vorgegebene Lini ist *AB* darauff werde ein Quadrat gesetzet / das sey *ABCD*, *AD* werde in zwey gleiche theil zertheilet in *E*, man ziehe auch die Lini *EB*. *EA* werde erlengert biß in *G*, alsodas *EG* der *EB* gleich sey. Auff die Lini *AG* werde ein Quadrat gesetzet / das sey *AGHF* vnd endlichen werde *HF* erlengert biß in *I*, so ist die Figur zur *demonstration* bereitet.



Nun sag ich daß die vorgegebene Lini *AB* im Punct *F* also zertheilet sey/ daß das winckelrecht Parallelogram der gantzen Lini *AB* vnnd deß kleinen theils *FB*, welches ist *FBCI* gleich sey dem Quadrat deß grössern theils *AF*, welches ist *AFGH*, solches wird nun also erwisen.

Die Lini *AD* ist in zween gleiche theil zertheilet in *E*, vnd ist solcher in die leng das Stück *AG* zugesetzet worden/ derhalben so vergleichet sich das Winckelrechte Parallelogram *DGHI* sampt dem Quadrat derhalben Lini *EA* vnd dem zusatz *AG* als einer einigen Linien/ Das ist/ dem Quadrat der Lini *EB*. den *EB* ist der Lini *EG* gleich.

Nun ist aber das Quadrat der Lini *EG* oder *EB* gleich den zweyen Quadraten *EA* vnd *AB*. So man nun das gemeine Quadrat *EA* davon thut/ so volget daß das Quadrat der Lini *AB* welches ist *ABCD* sich vergleiche mit dem winckelrechten Parallelogram *DGHI*. Nimbt man nun das gemeine Winckelrechte Parallelogram *DAFI* von beeden gleichen / als von dem Quadrat *ABCD* vnd von dem Winckelrechten Parallelogram *DGHI*, so volget/ daß die vbrige zwey einander gleich seyn/ als *FBCI* dem Quadrat *AFGH*, welches zu erweisen ist gewesen.

THEO-

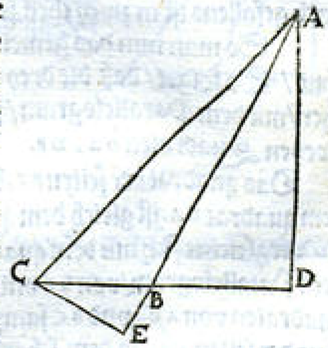
THEOREMA XI.

Die XII. Proposition.

In den weiteckichten Triangeln / ist das Quadrat der seyten so dem weiten Winckel unterzogen wirdt / grösser als die Quadrat der zweyen seyten so den weiten Winckel begreiffen oder beschliesen samptlich / umb das Winckelrechte Parallelogram / so zweymal gemacht wird / von dieser beeder seyten eine / und von dem jenigen zusatz / umb welchen solche biß an die Perpendicular erlengert ist.

Dise zwo Propositiones als zwölff unnd dreyzehen sein sehr nützlich und stecket in jhnen gleich der Kern der Lehr von der rechtlinischen Triangeln und derselben Innhalts.

Der weiteckichte Triangel ist *ABC*, die Proposition saget daß das Quadrat der seyten *AC*, so dem weiten Winckel *B* unterzogen ist / grösser sey als die zwey Quadrat der seyten *AB* und *BC* welche den weiten Winckel *B* beschliesen umb das jenige Winckelrechte Parallelogram so zweymal gemachet wirdt von der seyten *CB* und dem zusatz *BD*, umb welchen die seyte *CB* biß zur Perpendicular *AD* erlengert ist / gleiches ist zuverstehen von der seyten *AB* und dem zusatz *BE* biß zur Perpendicular *CE*.



Den dieweil die Lini *CD* (4. Proposition deß andern Buchs) in *B* nach gefallens zertheilt ist / so ist das Quadrat der gantzen Lini *CD* gleich den Quadraten der Linien *CB* und *BD*, und dem jenigen Parallelogram / so von *CB* und *BD* zweymal gemachet werden.

Nun ist aber das Quadrat der Lini *CD* mit dem Quadrat der Lini *AD* zusamen gleich dem Quadrat der Lini *AC*. Derhalben so sein die drey Quadrat *CB*, *BD* unnd *DA* sampt den Winckelrechten Parallelogram von den *CB* und *BD* zweymal gemachet / auch gleich dem quadrat der seiten *AC*. Also das quadrat der seiten *BA*, ist gleich den zweyen Quadraten *BD* und *DA*, derhalben vergleichet sich das Quadraten der seyten *AC*, den zweyen Quadraten *CB* und *BA*, mit den Winckelrechten Figuren von *CB* und *BD* zweymal beschrieben / welches zuerweisen gewesen.

THEOREMA XII.

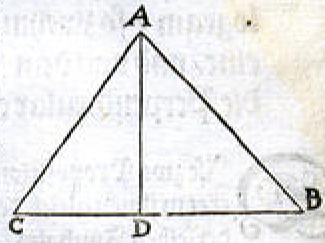
Die XIII. Proposition.

In dem scharffeckichten Triangeln / ist das Quadrat der seyten / so dem scharffen Winckel unterzogen ist / kleiner als die Quadrat der beeden seyten / so den scharffen Winckel beschliessen / samptlich / umb die Winckelrechte Parallelogram / so zweymal gemachet werden / von der

seiten eine/ so den scharffen Winckel beschliessen/ vnd auff welche die Perpendicular fellet / vnd denn von dem jenigen theil / so zwischen der Perpendicular / vnnd dem scharffen Winckel stehet.

DEr Scharffeckichte Triangel ist A C B, die Perpendicular aber A D. Der scharffe Winckel C, sein Basis A B, die zwo seiten/ so solchen scharffen winckel beschliessen seyn A C vnd B C.

Nun saget die Proposition/ daß das Quadrat der seiten A B, so dem scharffen Winckel vnterzogen ist / kleiner sey als die quadrat der seiten A C vnd B C samptlich/ vmb die Winckelrechte Figur oder Parallelogram/ so zweymal gemacht werden/ von der gantzen seiten B C, vnnd dem jenigen theil/ so zwischen der Perpendicular vnd dem scharffen Winckel ligt/ als nemlich D C.



Zur demonstration dieser Proposition/ muß die 7. Proposition dieses Buchs genommen werden/ Denn nach anleitung derselben/ so vergleichet sich das quadrat der gantzen Lini B C, mit dem Quadrat deß theils D C, dem Parallelogram/ so zweymal von B C, vnnd D C gemacht wird/ sampt dem Quadrat deß andern theils D B, Dieweil die Lini B C in D nach gefallens ist in zwey theil zertheilet.

So man nun das gemeine Quadrat der Perpendicular D A zu diesen gleichen thut / So folget/ daß die drey quadrat/ als B C, C D, vnnd D A sich gäntzlich vergleichen/ mit dem Parallelogram/ so zweymal von B D vnd C D gemachet wird/ sampt den zweyen Quadraten D A, D B.

Das quadrat der seiten B C, bleibet nun vor sich. Hernach das quadrat von D B, mit dem quadrat D A, ist gleich dem quadrat von A B. Also das quadrat D C mit dem quadrat A D vergleichet sich mit dem quadrat der seite A C, Bleibet also/ daß die Basis A B mit dem Parallelogram/ von B C vnd D C zweymal gemacht/ sich vergleicht mit den zweyen quadraten von A C, vnd B C samptlich. Oder/ welches denn eben so viel ist/ Das quadrat der seiten A B, so dem scharffen Winckel C vnterzogen ist/ ist kleiner als die zwey Quadrat von A C, vnnd C B gemachet/ vmb das Parallelogram/ so von B C, vnnd D C zweymal gemacht wird/ das denn zuerweisen gewesen.

Auß diesem sihet man nun/ daß der grundt vnd vrsprung der herrlichen vnnd sehr nützlichen Lehr/ von den Rechtlinischen Triangeln/ stehet in diesen dreyen Propositionen/ als in der 47. deß ersten Buchs/ vnd in der 12. vnd 13. Proposition deß andern Buchs.

Nun will ich zum Anhang/ vnd mehrerm verstandt dieser drey Propositionen anzeigen/ wie man in einem jedwedern Triangel die Perpendicular/ vnnd alßdenn/ den gantzen innhalt desselben finden soll.

Erstlich/ nach der 12. Proposition/ da in weiteckichten Triangeln die Perpendicular/ außer dem Triangel fellet.

Allein diß ist in diesen Propositionen zu mercken/ daß wenn man die Perpendicular gefunden hat/ Dieselbige durch die helffte der seiten soll multiplicirt werden/ auff welche diese Perpendicular fellet.

Jnn allen Weiteckichten Triangeln solle man die drey seiten quadriren/ vnnd die zwey Quadrat der zwo seiten/ so den weiten Winckel beschliessen/ zusammen summiren/ vnnd solche Summa von dem Quadrat der seiten subtrahiren/ welche dem weiten Winckel vnterzogen ist. Den Rest soll man halbiren/ vnnd solche Zahl durch die länge der seiten dividiren/ auff welche die Perpendicular fellet/ so

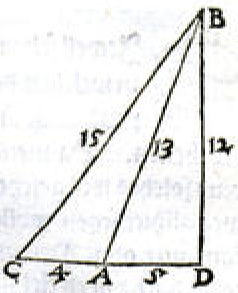
kompt

ompt im Quotienten herauß die länge von dem weiten Winckel/ biß zur Perpendicular.

Dieses Stücks Quadrat soll man subtrahiren/ von dem Quadrat der andern seiten deß Triangels. Deß übrigen suche man die gevierdte Wurtzel/ welche die länge der Perpendicular anzeiget. Diese soll man multipliciren mit dem halben theil der seiten/ darauff die Perpendicular/ nach dem sie erlängert werden/ fellet. So kompt die *area* oder Inhalt deß Triangels herauß.

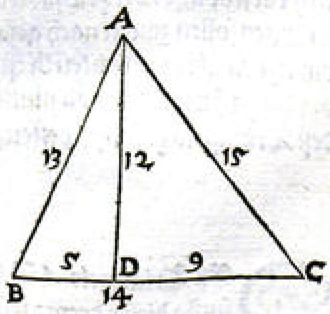
Exempel:

DER weiteckichte Triangel ist *BAC*, der weite Winckel *A*. *CA 4*. *AB 13*. *BC 15*. Die zwey Quadrat/ als *CA* vnd *AB* seyn *16*. vnnd *169*. zusammen *185*. Subtrahirt von dem Quadrat der Basis *CB 15*. das ist *225*. bleibet *40*. der halbe theil *20*. Diese *20*. dividirt durch *4*. als *CA*, kompt herauß *5*. nemlich das Stück *AD*, von dem weiten Winckel *A*, biß zur Perpendicular *BD*, dieses Stück Quadrat ist *25*. abgezogen von dem Quadrat der andern seiten *AB*, das ist *169*. bleibet *144*. dessen gevierte Wurtzel ist *12*. Nemlich die länge der Perpendicular Lini/ oder *12*. multiplicirt in die halbe seiten *CA*, als welche biß an die Perpendicular fället/ das ist durch *2*. kompt *24*. nemlich der innhalt deß Triangels *ABC*.



Volgents nach der 13. Proposition.

In allen Scharffeckichten Triangeln/ solle man die drey seiten Quadriren/ vnd die zwey Quadrat der zwo seiten/ welche den scharffen Winckel beschliessen zusammen Summiren/ vnd von solcher Summa das quadrat der dritten seiten/ so dem scharffen Winckel vnterzogen ist/ Subtrahiren/ vnd das übrige halbiren. Solchen halben theil soll man dividiren/ durch die länge der seiten/ auff welche die Perpendicular fället/ so kompt im Quotienten herauß die länge deß theils von dem scharffen Winckel biß zur Perpendicular. Dieses Stücks quadrat soll man subtrahiren von dem quadrat der andern seiten/ deß übrigen suche man die gevierdte Wurtzel/ welche die länge der Perpendicular anzeiget.

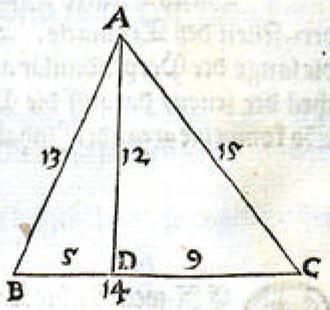


Der Inhalt deß Triangels wird wider gefunden/ wie zuvor/ nemlich so man die Perpendicular in den halben theil der seiten/ auff welcher die Perpendicular stehet/ multipliciren wird.

Zum Exempel:

DER Scharffeckichte Triangel ist ABC. Der Scharffe Winckel C. *AB 13*. *BC 14*. *CA 15*. Die Quadrat der zwo seiten *BC*, vnnd *CA*. Die den Scharffen Winckel *C* beschliessen/ seyn/

seyn/ als *BC* 196. *CA* 225. zusammen machen 421. Davon soll das Quadrat der seiten *AB*, als 169. *subtrahirt* werden/ so bleibt über 252. halbirt bleibet 126. Diese Zahl soll durch die länge der Lini *BC* als 14. dividirt werden/ den die Perpendicular *AD* auff solche felt/ so kompt im *Quotienten* herauß 9. nemlich die länge deß Stücks *CD*, von dem Winckel *C* biß zur Perpendicular *AD*. Dieses Stücks quadrat ist 81. subtrahirt von dem Quadrat der andern seiten *CA*, als von 225. bleibet 144. dessen gevierdte Wurtzel 12. zeiget an die länge der Perpendicular *AD*. Diese Perpendicular multiplicirt inn die halbe läng der seiten *BC*, als in 7. zeiget an den inhalt deß Triangels/ nemlich 84.



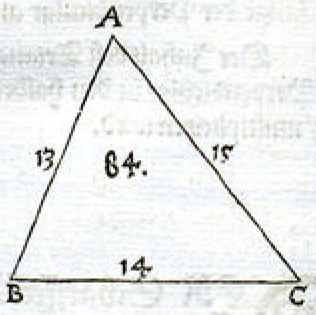
Ein sehr nutzlicher Anhang.

Dieweil selten/ ja überselten Exempel gefunden werden/ oder für kommen/ in welchen das stück vom Winckel zur Perpendicular/ vnnd denn die Perpendicular in gantzen Zahlen herfür kommen/ sondern gemeiniglich in gebrochenen. Dannenhero die *operatio* sehr schwer vnd jrrig wird/ wie denn auch Clavius solches wol gesehen. Als hab ich diser Kunstliebenden ein kurtzen vnnd leichten weg allhier setzen wollen/ dardurch er den inhalt eines jedwedern Triangels finden kan/ auch ohne Perpendicular. Vnd wiewol ich solchen weg nicht erfunden/ so habe ich doch durch fleißiges nachsinnen gefunden/ wie man Procedirn solle/ wenn inn der *operation* gebrochene Zahlen herauß kommen/ Vnd sonderlich wenn die Summa der drey seiten vngeradt ist/ wie im Exempel folgen wird.

Eines gegebenen Triangels drey seiten sollen in ein summa gezogen/ vnd hernach solche Summa halbirt werden. Von dieser halbirten Summa sollen die seiten/ ein jede insonderheit/ subtrahirt werden/ vnd vnter solchen dreyen Resten oder differentzen sollen zween nach gefallens mit einander multiplicirt/ vnnd solche Summa durch den übrigen dritten Rest auch vermehret/ vnnd denn diese Summa durch die vorige halbirte Summa multiplicirt werden/ so kompt das Quadrat deß Innhalts deß Triangels herauß/ dessen gevierte Wurtzel begerten inhalt anzeiget.

Zum Exempel:

Deß Triangels *ABC* drey seiten seyn also/ als *AB* 13. *BC* 14. *CA* 15. Die summa dieser dreyer seiten ist 42. halbirt 21. Von diesen 21. sollen die drey seiten ordentlich subtrahirt werden/ Als erstlich 13. Rest 8. Darnach 14. Rest 7. Endlich 15. Rest 6. Auß diesen dreyen Resten/ als 8. 7. 6. sollen zween in einander multiplicirt werden/ als 6. vnd 7. kompt 42. Diese Summa soll widerumb in den übrigen dritten Rest als 8. multiplicirt werden/ kompt 336. Diese Summa soll endlich durch die vorige halbirte Summa 21. vermehret werden/ so kompt 7056. Das Quadrat deß Innhalts/ dessen gevierte Wurtzel ist 84. Nemlich der Inhalt deß Triangels *ABC*.

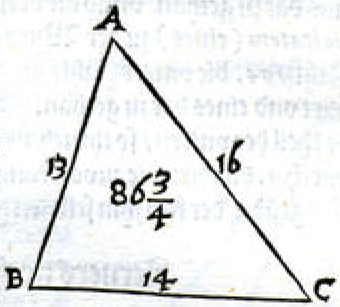


Wann aber die Summa der seiten vngerad/ so procedirt man zwar/ wie jetzt gelehret worden. Allein wie man mit den brüchen soll vmbgehen/ wird auß folgendem Exempel leichter zuvernemen seyn/ als durch viel vnd weitläufftiges schreiben.

Die

Die drey seiten deß Triangels *ABC* seyn *AB* 13. *BC* 14. *CA* 16. die Summa ist 43. halbirt $21\frac{1}{2}$. nun setze ich die Zahl also:

$21\frac{1}{2}$	$21\frac{1}{2}$	$21\frac{1}{2}$
13	14	16
$8\frac{1}{2}$ Rest	$7\frac{1}{2}$ Rest	$5\frac{1}{2}$ Rest.



Diese drey Rest sollen in gantze Zahl gebracht werden/ wie bey den *Arithmeticis* bekant/ nemblich also/ wie volget:

$$\frac{8\frac{1}{2}}{17} \qquad \frac{7\frac{1}{2}}{15} \qquad \frac{5\frac{1}{2}}{11}$$

Deßgleichen die halbirte Summa soll auch gleicher massen in gantze Zahl gebracht werden/ als $\frac{21\frac{1}{2}}{43}$ mit diesen gantzen Zahlen procedir man/ wie zuvor ist gelehret worden/ so kompt das *Quadrat* 120615. dessen gevierte Wurtzel ist 347. diese Wurtzel sol durch das Quadrat deß nenners/ das ist die vnter Zahl deß bruchs dividirt werden/ als in diesem Exempel ist der nenner 2. seyn Quadrat 4. durch diß Quadrat erst bemeldte Wurtzel dividiret kompt $86\frac{3}{4}$. der innhalt nemblich deß Triangels.

Noch ein Exempel.

AB	13	
BC	14	
CA	18	
Sum.	45	$\frac{22\frac{1}{2}}{45}$
Halb.	$22\frac{1}{2}$	

$22\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	$22\frac{1}{2}$	
13	14	18	
$9\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	die drey Rest.
19	17	9	In gantzen Zahlen.

	17
	9
	153
	19
	1377
	153
	2907
	45
	14535
	11628
Quadrat.	130815

4		
15		
44294		
130815	361	$90\frac{1}{4}$
6621	44	Innhalt
37		

Noch eines ist bey diesen Exempeln zumercken/ nemblich wenn die übergebliebene

bliebene Zahl in außziehung der gevierten Wurtzel/ grösser ist als der halbe Theil der untern Zahln als divisoris (Theilers)/oder wenn die Wurtzel duplirt wirdt/und eins darzu gethan/unnd die uberbliebene mehr ist als der halb theil dieses/so kan man *unitatem* (eines) zu der Wurtzel thun. Als in diesem Exempel/ ist die uberbliebene Zahl *494*. die untere Zahl/als divisor *721*. oder *722*. als nemblich die Wurtzel duplirt und eines darzu gethan. Dieweil nun die obere Zahl *494*. mehr ist als der halbe theil der untern/so thu ich *unitatem* (eines) zur Wurtzel *361*. so bleibt *362*. diese durch *4*. dividirt wie zuvor/kompt der Innhalt $90\frac{1}{2}$. Wer ein wenig in der *Arithmetica* geübet/der kan jhm selbsten hierinnen bald helffen.

Ferners noch ein sehr nutzlicher Anhang.

Dieweil diese Lehr von dem Inhalt eines Triangels/ sonderlichen im Feldmessen seinen grossen Nutz hat/ und aber die Erfahrung bezeuget/daß man nicht allezeit die drey seiten eines Triangels im Feld haben kan/ wegen der Teich oder Wasser/ uber welche man messen muß/ auch anderer ungelegenheit halben: Und der vornembst Handel stehet/die Perpendicular recht und leicht zufinden: Als hab ich der Sachen etwas weiters und schärpffers nachgedacht/wie doch uber das vorige/ noch ein leichtere darbey aber auch gewisse Art zuersinnen/damit die gemeinen Feldmesser von jhrem sehr irrigen unnd betrüglichen Weg/auff ein andern richtigern/ und viel leichtern und gewissern möchten gebracht werden/ und hiemit/so viel an mir ist/ auch solche ungelegenheit deß gemeinen Feldmessens auß dem weg zu schaffen helffen.

Ist mir auch/als ich verhoff/ mein vornemen gerahten/also daß man die Perpendicular Lini auch ohne wißenschafft aller dreyer seiten gar geschwind unnd sehr leicht haben kan/ vermittelst der *tabulæ sinuum*, die man in vielen Lateinischen unnd Teutschen Geometrischen Büchern findet/besonders aber in deß sehr vortrefflichen unserer Zeit *Geometræ*, *Ludolph* von Cölen gar auß newem Fundament gerechnet.

Es bestehet aber der gantze Handel/sonderlich in zweyen fällen.

1. Wann man zwo seiten eines Triangels hat/sampt dem Winckel von solchen zweyen seiten beschlossen.

2. Wann man nur eine seiten hat/ und die zween Winckel/ so bey den enden solcher seiten stehen.

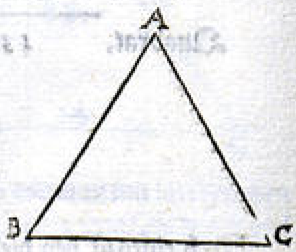
Diß kan man aber alles in der ubung deß Feldmessens/ durch ein darzu tauglich Instrument gar leichtlich haben.

Ehe ich aber zur Erklärung greiffe/ muß ich diese folgente/sehr nützliche unnd bey den Geometris gar gebräuchliche und nothwendige Regel setzen:

In allen rechtlinischen Triangeln sein die Sinus der Winckel gegen jhren unterzogenen seiten proportionirt/und hinwiderumb alle seiten sein gegen den Sinibus jhrer Winckel gleicher gestalt proportionirt.

Das ist/ wie sich der *Sinus* eines Winckels gegen seiner unterzogenen seiten verhelt/ also verhelt sich der *Sinus* eines andern Winckels gegen seiner seiten. Unnd wie sich eine seite gegen dem *Sinu* seines Winckels verhelt/ also helt sich auch ein andere seite gegen dem *Sinu* jhres Winckels.

Exempel:

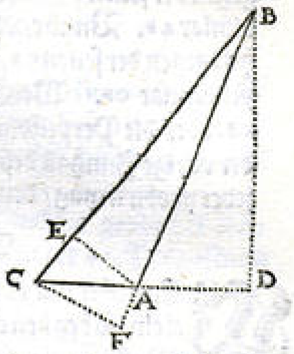


In dem Triangel ABC helt sich der *Sinus* deß Winckels C oder ACB gegen seiner seiten AB, die jhme unterzogen ist/ wie der *Sinus* deß Winckels A oder BAC gegen BC, oder wie der *Sinus* deß Winckels B oder ABC gegen AC.

Oder:

Wie sich die seite *AB* helt gegen dem *Sinu* deß Winckels *C* oder *ACB*, also helt sich *BC* gegen dem *Sinu* deß Winckels *A* oder *BAC*, vnnd die seite *AC* gegen dem *Sinu* deß Winckels *B* oder *ABC*.

Nun kom ich zu meinem Vorhaben: In dem Triangel *ABC* seyen erstlichen bekant die zwo seiten *BC*, *CA* mit dem scharffen Winckel *BCA*. Hiedurch will ich gar leicht die Perpendicular *BD*, vnd den Innhalt deß Triangels finden/ das geschicht also: Man erlängere *CA* biß in das *D*. vnd fälle die Perpendicular Lini *BD*. Jetzt sag ich: Wie sich in dem Triangel *BCD* der *Sinus totus* 100000. oder rechte Winckel *D* helt/ gegen der bekanten seiten *BC*, also helt sich der *Sinus* deß bekanten Winckels *C* gegen der Perpendicular *BD*. Es begreifft aber die seiten *CB* 15. Rueten/ der Winckel *C* aber helt 53. grad 7. min. 49. *Secunden*, vnnd ist sein *Sinus* 80000. stehet in der Regel detri also:



Sinus totus D, gibt *CB* wie viel gith, der *Sinus* deß Winckels
100000. 15. C

80000
15
12 | 00000
1 | 00000

Kompt herauß die läng der Perpendicular *BD* 12. Rueten/ diese 12. in die halbe Basin *CA*, das ist/ in zwey multiplicirt/ gibt den Innhalt dieses Triangels 24. gevierter Rueten.

Ist aber der gegebene Winckel/ welchen die zwo gegebene seiten beschliessen/ ein weiter Winckel/ so procedir wie folgt:

Exempel:

Die zwo bekante seyen seinen jetzund *CA* vnnd *AB*, *CA* 4. vnd *AB* 13. Rueten/ vnd der weite Winckel *CAB* 112. grad 37. min. 11. *secunden*. Man *subtrahir* diesen weiten Winckel von zweyen rechten Winckeln/ das ist/ von 180. graden/ so bleibt übrig der Winckel *BAD* 67. grad 22. min. 49. *secunden*, seyn *Sinus* ist 92308. jetzt sag ich wider/ wie sich in dem Triangel *BAD* der *Sinus totus* 100000. oder rechte Winckel *D* helt/ gegen der seiten *BA* 13. also helt sich der *Sinus* deß Winckels *BAD* 92308. gegen der Perpendicular *BD*, stehet in der Regel detri also:

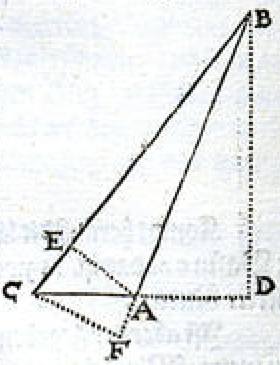
100000. gibt 13. wie viel gibt 92308
13
276024
92308
12 | 00004
1 | 00600

Das ist/ *BD* begreifft wider 12. Rueten wie zuvor/ vnd den Bruch $\frac{4}{100000}$ welcher so er durch 12. in Schue/ Zoll/ rc. resolvirt wird/ macht er endlichen nicht gar ein halb Essel/ so der zwölffte theil eines grans ist/ vmb welches die Perpendicular *BD* auff diese weiß länger were als zuvor. Es ist aber ein vnvermercklicher Vnterscheid/ vnd kom̃t daher/ dieweil die *Sinus* nit auff das schärpffte in der Taffel gerechnet seyn/ wie den jenigen wol bewust/ welchẽ der *modus* die *tabulam sinum* zurechnet/ bekant ist.

NOTA. Gleicher weiß kan man die Perpendicular A E auff die Basin B C fällen/ vnd die Perpendicular C F auff die erlängerte Basin B A F, nemblich also: Wie sich der *Sinus totus* deß rechten Winckels A E B, helt gegen der seiten B A, also helt sich der *Sinus* deß Winckels E B A, welcher helt 14. grad 15. min. gegen der Perpendicular A E. Oder wie sich der *Sinus totus* deß rechten Winckels C E A, helt gegen der seiten C A, also helt sich der *Sinus* deß Winckels A C E gegen der Perpendicular A E. Vnnd endlichen/ wie sich der *Sinus totus* deß rechten Winckels C F B helt gegen der seiten C B, also helt sich der *Sinus* deß Winckels C B F, gegen der Perpendicular C F. Wenn nun die Perpendicular A E in die halbe seite oder Basin C B, oder die Perpendicular C F in die halbe Basin A B vermehret wirdt/ so kompt der vorige Innhalt deß Triangels A B C wider auff das genaueſt herauß/ wie ein jeder probirn mag/ denn alle seiten vnd Winckel dieses Triangels gezeigt seyn.

Vom andern Casu (Fall.)

WEnn aber nur eine seite deß Triangels bekant were/ mit den zweyen Winckeln/ so bey den enden solcher seite stehen: Als wenn man einen Teich oder Wasser messen sol/ da man die drey seiten durch das messen nicht haben kan/ so procedir man also: Man ziehe diese zween bekante Winckel in eine *Summam*, vnnd solche Summ subtrahir man von zweyen rechten Winckeln/ das ist/ von 180. graden/ so hat man in dem vberigen den dritten Winckel/ welcher gegen der bekanten seiten vber stehet. Folgents suche man durch die oben gesetzte geometrische Regel die eine seiten/ so werden zwo seiten sampt dem Winckel/ so von jhnen beschlossen wirdt/ bekant/ vnnd wird alsdann die Perpendicular gefunden/ wie in dem ersten *Casu* (Fall) ist gelehret worden.



Exempel:

In dem vorigen Triangel A B C sey die seite A C bekant/ mit den zweyen Winckeln B C A vnd B A C. Die Summa dieser beeden Winckel ist 165. grad 45. min. von 180. graden abgezogen/ Reſt 14. grad 15. min. die größ deß dritten Winckels C B A. Nun sag ich/ wie sich der *Sinus* dieses Winckels C B A, helt gegen der bekanten seiten A C, also helt sich der *Sinus* deß Winckels B A C, gegen der vnbekanten seiten C B. Schließlichen wird die Perpendicular B D gefunden/ wie in dem ersten *Casu* zuvor ist angezeigt worden.

Diß ist nun der *modus*, durch welchen auff das aller leichteſt vnnd kürtzſte die Perpendicular vnnd Innhalt eines Triangels/ kan durch die einige *multiplication* sonderlich gefunden werden/ wenn gleich die drey seiten deß Triangels nicht alle bekant seyn. Dieweil der *Sinus totus* ist 100000, vnnd allezeit den ersten Stand in der Regel detri hat/ da man doch in denn vorigen Processen/ quadrirn/ addirn/ subtrahirn/ halbirn/ dividirn vnnd die gevierte Wurtzel extrahirn muß/ wenn man die Perpendicular vnnd den Innhalt haben will. Ich geschweig jetzund/ daß man nach den vorigen wegen/ sonderlich aber nach dem ersten nimmer oder vberselten die Perpendicular/ also auch den Innhalt auff das eygentlichſt haben kan/ dieweil selten solche Quadrat herauß kommen/ auß welchen man die rechte geviertel Wurtzel außziehen kan/ also daß nichts vberbleibe.

Man kan zwar durch die *tangentes* vnnd *secantes* eben diß haben/ was ich durch die *Sinus* gewisen/ allein ich hab mich nach dem günstigen Leser/ vnd Liebhaber dieser Kunst deß Feldmessens richten/ vnd bey der *tabula Sinuum* bleiben wöllen/ damit der *modus* desto richtiger sey/ vnnd keiner durch die *tangentes* vnnd *secantes* jrr gemacht werde.

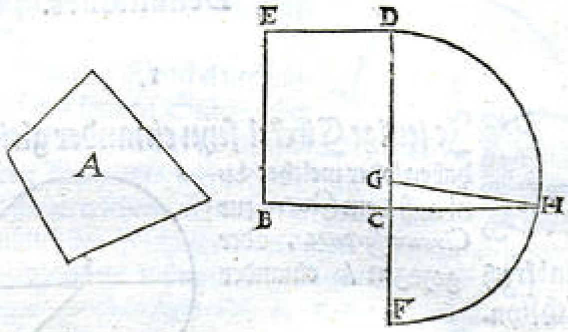
PROBLEMA II.

Die XIIII. Proposition.

Einer jedwedern rechtlinischen Figur ein gleiches Quadrat zumachen.

DIese Propositio ist etwas schwer / vnnd wer leicht dauon kommen wil / der repetire oder lerne zuvor die 45. vnnd 47. Proposition deß ersten Buchs / vnd denn die 5. dieses andern Buchs recht verstehen / so wirdt er sich leicht wissen darein zufinden.

Die rechtlinische Figur sey A, dieser sol ein gleiches Quadrat gemachet werden / das geschicht nun also: Durch Anleitung vnd Vnterricht der 45. Proposition *lib.* I. muß ein Winckelrecht Parallelogram gemacht werden / welches sich der gegebenẽ rechtlinischen Figur A vergleiche / das sey nun BCDE, dessen eine seiten als DC, werde erlengert biß in das F, also / daß EC gleich sey der BC, die Lini DF, werde in zween gleiche theil zertheilet in G, hernach in der weiten GD oder GF, ziehe man einen halben Circkel / der sey DHF, vnnd BC werde erlängert / biß in das H. Nun sag ich / daß die Lini CH sey eine seiten deß Quadrats / so sich mit der rechtlinischen Figur A gäntzlich vergleiche / vnd diß wird also erwisen.



Man ziehe die Lini GH, vnd weil die gantze Lini DF, in zwey gleiche theil im G, vnd in zwey vngleiche theil im C zertheilt ist / so volget auß der Lehr der 5. Proposition dieses Buches / daß das Winckelrecht Parallelogram von DC vnnd CF beschlossen / welches ist BCDE, sampt dem Quadrat deß vnterschiedes GC sich vergleiche mit dem Quadrat GF oder GH, denn GF vnd GH sein einander gleich / dieweil sie beede auß dem *Centro* G zur Circumferentz DHF gezogen seyn. Nun ist aber auß der 47 Proposition deß I. Buchs offenbar / daß das Quadrat der Lini GH, sich vergleiche mit den Quadraten GC vñ CH, derhalben vergleichen sich diese beede Quadrat GC vnd CH, auch mit dem Winckelrechten Parallelogram *BCDE*, vnnd dem Quadrat *GC*. So nun daß gemeine Quadrat *GC* von beeden genommen wirdt / als gleiches von gleichem / so volget daß das Quadrat *CH* sich vergleiche mit dem Parallelogram *BCDE*. Nun ist diß Parallelogram gleich der rechtlinischen Figur *A*, derhalben auch das Quadrat von der Lini *CH* beschrieben / welches zu erweisen gewesen.

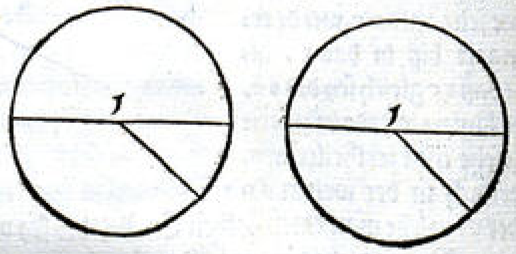
Ende deß andern Buchs Euclidis.

Das 3. Buch
EVCLIDIS.

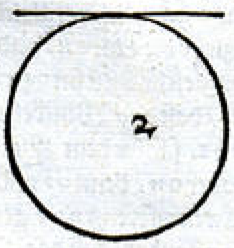
Die Beschreibungen.
Definitiones.

1.

Die jenige Circkel seyn einander gleich/die gleiche Diameter haben/oder welcher Lini auß dem *Centro* zur *Circumferentz*, oder Umbkreiß gezogen / einander gleich seyn.



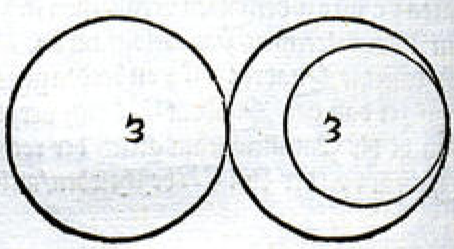
2.



Eine gerade Lini berüret einen Circkel / welche / so sie erlängert wirdt / den Circkel nicht zerschneidet.

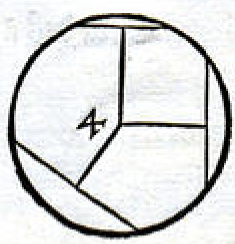
3.

Circkel berüren einander / wenn sie mit dem anrüren einander nicht zerschneiden.



4.

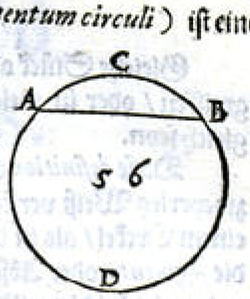
Inn einem Circkel stehen die Linien inn gleicher weite von dem *Centro* oder mittel Punct / auff welche auß solchem *Centro* Perpendicular Linien gleicher länge fallen. Auff welche aber eine längere Perpendicular fället / die stehet weiter von dem *Centro*, als die jenige / auff welche eine kürtzere Perpendicular fället.



5.

Ein

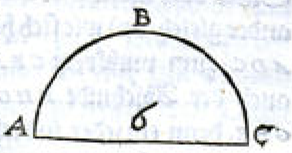
Ein Stück oder Abschnidt von einem Circkel (*Segmentum circuli*) ist eine Figur/ von einer geraden Lini/ vnd einem theil deß vmbkreiß deß Circkels beschlossen.



Als in bey gesetzter Figur ist das Stück oder Abschnidt A B C, von dem Circkel A D B C, von der geraden Lini A B, vnd dem theil deß vmbkreiß deß Circkels als B C A beschlossen/ gleiches ist zuverstehen/ von dem andern vnd grössern Abschnidt/ als A D B, von der geraden Lini A B, vnd dem theil deß vmbkreiß A D B begriffen.

6.

Der Winckel dieses Stückes oder Abschnidts ist/ so von der geraden Lini vnd dem vmbkreiß beschlossen wirdt/ oder wo die gerade Lini vnnd der Vmbkreiß zusammen stossen.

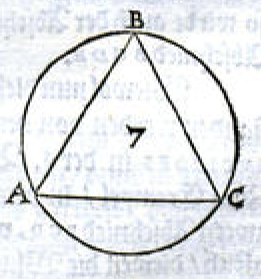


Als in dem Abschnidt A B C, ist der Winckel A vnd C, da nemblich die gerade Lini A C, vnd der Vmbkreiß C B A zusammen stossen/ vnnd sein B A C vnnd B C A: gleiches ist zu verstehen von dem vnteren Stück oder Abschnidt A D C.

Es werden aber allhier dreyerley Winckel verstanden. Als erstlich der Winckel deß kleinen Stücks oder Abschnidts/ wenn nemblich das Stück kleiner ist als ein halber Circkel. Vnd zum andern der Winckel deß grössern Abschnidts/ wenn das Stück grösser ist als ein halber Circkel/ wie in der ersten Figur zu ersehen. Vnnd denn zum dritten der Winckel deß halben Circkels/ wenn nemblich der Abschnidt ist ein halber Circkel/ vnd die gerade Lini der Diameter/ wie die ander Figur außweist. In Lateinischer Sprach werden sie also genennet. 1. *Angulus minoris segmenti*, 2. *Angulus majoris segmenti*. 3. *Angulus semi circuli*.

7.

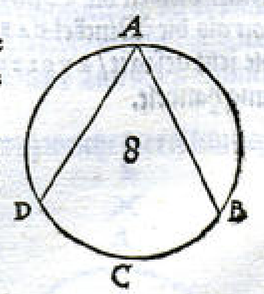
Ein Winckel in einem Stück oder Abschnidt/ ist der so von zweyen Linien beschlossen wirdt/ welche von denn enden der geraden Lini außgezogen werden/ vnd in einem Punct deß Vmbkreiß zusammen stossen.



Als in bey gesetzter Figur ist der Winckel in dem Stück oder Abschnidt A B C, von den zweyen Linien A B vnnd C B beschlossen/ welche von den enden A vnd C, der geraden Lini A C außgezogen werden/ vnd in dem Punct B, deß Vmbkreiß A B C zusammen stossen.

8.

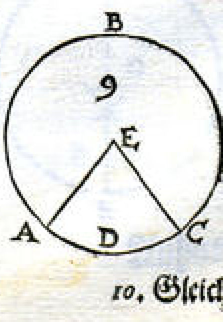
So aber solche Linien ein Stück deß Vmbkreiß begreiffen/ so bestehet auff solchem Stück deß Vmbkreiß der bemeldte Winckel.



Zum Exempel: In dem Circkel A B C D, die zwo Linien D A vnd B A greiffen das Stück deß Vmbkreiß B C D, darumb so sag ich/ daß der Winckel D A B stehet auff dem Stück deß Vmbkreiß B C D.

9.

Ein Theiler oder Zertheiler deß Circkels wird genent eine Figur/ so beschlossen wirdt von einem Theil deß Vmbkreiß/ vnnd von zweyen Linien so in dem *Centro* zusammen stossen/ vnd ein Winckel machen.

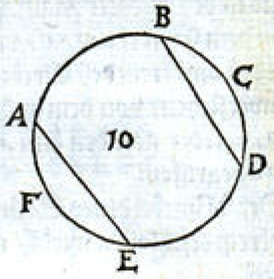


In bey gesetztem Circkel A B C D E, wird der Theiler oder Zertheiler genennet die Figur A E C D, als von dem Theil deß Vmbkreiß A D C, vnd von den beeden Linien A E vnd C E, so in dem *Centro* E zusammen stossen/ vnnd den Winckel A E C machen/ beschlossen wirdt.

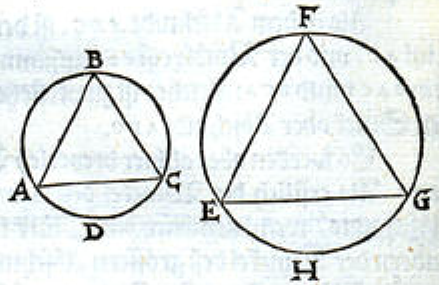
10. Gleiche

10.

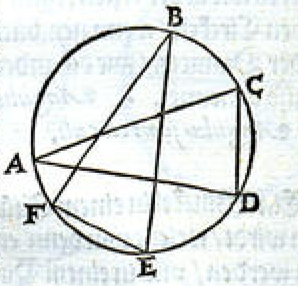
Gleiche Stück oder Abschnidt eines Circkels seyn / welche gleiche Winckel begreiffen / oder in welchen die Winckel einander gleich seyn.



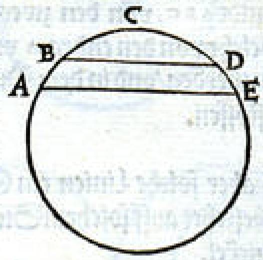
Diese *definition* oder Beschreibung kan auff zweyerley Weiß verstanden werden. Erstlich in einem Circkel / als in dem Circkel ABCDEF, sein die *segmenta* oder Abschnidt BCD vnd AFE einander gleich / dieweil die Winckel CDB vnd CBD gleich seyn / den Winckeln FEA vnd FAE. Also in zweyen oder mehren Circkeln / als in den zweyen Circkeln ABCD, vnd EFGH sein die zwey Stück oder Abschnidt ADC vnd EHG einander gleich / deñ wie sich helt der Abschnied ADC zum vmbkreiß CBA, also helt sich auch der Abschnidt EHG zum vmbkreiß GFE, denn ein jeder in diesem Exempel der dritte theil deß gantzen vmbkreiß seines Circkels ist.



Etliche demonstrirens durch *triangula*, als in bey gesetztem Circkel ABCDEF. Dieweil der Winckel A, ist gleich dem Winckel B, so ist auch das *segmentum* oder Abschnidt CD gleich dem Abschnied FE. Also weil der Winckel C, ist gleich dem Winckel E, so ist auch der Abschnidt AFED gleich dem Abschnied FAB. Vnd zum dritten / weil der Winckel D gleich ist dem Winckel F, so wirdt auch der Abschnied CBA gleich seyn dem Abschnied BCDE.



Wiewol nun dieses alles recht vnd wol erwisen / so kan doch solches auch verstanden werden von den Winckeln / von welchen EVCLIDES in der 6. Beschreibung gesagt hat. Zum Exempel / in dem Circkel ABCDE, sein die zween Abschnied BCD, vnd ABCDE einander nicht gleich / dieweil die Winckel CBD vnnd CDB kleiner seyn als die Winckel CAE, vnd CEA von welchen / wie jetzt gesaget / EVCLIDES in der 6. Beschreibung handelt.



Deß

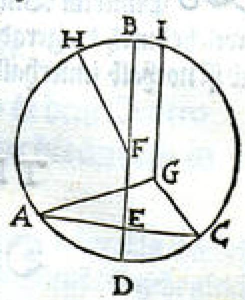
Deß 3. Buchs EVCLIDIS.

Die erste Proposition.

PROBLEMA I.

Eines jedwedern gegebenen Circkels Centrum oder Mittelpunct zufinden.

DER vorgegebene Circkel ist *A B C D*, dessen *Centrum* oder Mittelpunct man finden soll. Man ziehe nach gefallens die Lini *A C*, solche werde in zween gleiche Theil zertheilet im *E*. Durch diesen Punct soll eine Lini gezogen werden / die mit der Lini *A C* rechte Winckel mache / vnnd mit jhren enden den Vmbkreiß deß Circkels berůre / die ist nun *B D* in dieser Lini / welche auch der Diameter deß Circkels ist / stehet das *Centrum*. Wenn sie nun in zween gleiche Theil zertheil wirdt / so weiset solche Theilung das *Centrum*, nemblich *F*. Von welchem alle Linien zum Vmbkreiß gezogen / sein ein ander gleich / als *F B, F H, F D*, nach Außweisung der *15*. Beschreibung deß ersten Buchs. So aber jemandt wolt sagen / es were nicht im *F*, sondern anderstwo / als zum Exempel im *G*, so můste folgen / daß die drey Linien als *GC, G I* vnd *G A* einander gleich weren / das denn augenscheinlich falsch ist.

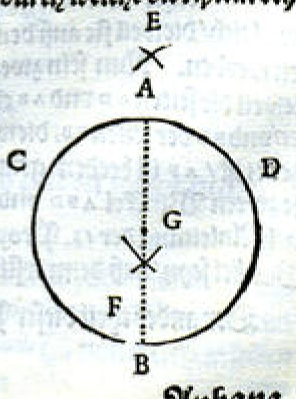


Andere demonstrirens auch *ab absurdo per angulos*, gilt gleich vnnd ist eben eins / man demonstrire es *per angulos* oder durch Linien.

Auff einandere weiß.

MAn neme zween Puncten / nach gefallen in dem Vmbkreiß deß Circkels / vnd setze einen Fuß deß Circkels in derselben Punct einen / vnnd mache mit dem andern Fuß zwey rißlein / eines jnnerhalb deß Circkels / das ander ausserhalb deß Circkels: In gleicher weite deß Circkels / mache man wider zwey rißlein auß dem andern Punct / vnd wo diese rißlein einander durchschneiden / da applicir man das Linial / vnd ziehe eine verborgene Lini durch denn Circkel / welche der Diameter ist / vnd den Circkel in zwey gleiche Theil abtheilet. Dieser Lini Mittelpunct ist das *Centrum* deß gegebenen Circkels.

Der Circkel ist *A D B C*, die zween Punct *C* vnd *D*, durch welche die rißlein bey *E* vnd *F* gemachet werden / die gezogene Lini welche ist der Diameter deß Circkels ist *A B*, dessen Mittelpunct *G*, ist das *Centrum* deß gegebenen Circkels.



Dieser Weg ist viel kůrtzer als der vorige / vnd gemeine *EVCLIDIS*, den allhier ist nicht vonnöten / daß man eine Lini als *C A* in zwey gleiche theil abtheile / vnnd darnach ein Perpendicular durch den Circkel auff solche ziehe / vnnd endtlich solcher Perpendicular Mittelpunct suche / welches ich dem gutherzigen Lesers heimstelle.

Anhang.

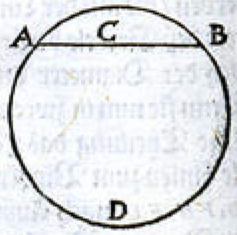
Auß dieser ersten Proposition ist offenbar / wenn in einem Circkel ein gerade Lini / eine andere Lini in zween gleiche theil zertheilet / vnnd mit derselben rechte Winckel machet / daß in solcher Lini das Mittelpunct / das *Centrum* sey deß Circkels.

THEOREMA I.

Die II. Proposition.

So in dem Vmbkreiß eines Circkels zween Punct genommen / vnnd durch eine gerade Lini zusammen gehenget werden / so muß solche Lini innerhalb deß Circkels fallen.

Diese Proposition ist sehr leichtlich auß bey gesetzter Figur zuverstehen / vnnd bedarff keines weitern demonstrirens. Die zwey Punct im Vmbkreiß / deß Circkels A B D, sein A vnnd B, welche durch die gerade Lini A C B zusammen sein gehenget / vnd ist nothalb innerhalb dem Circkel.



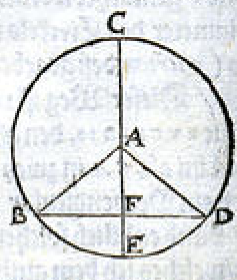
THEOREMA II.

Die III. Proposition.

So der Diameter eines Circkels / das ist / die Lini so durch das Centrum gehet / eine andere Lini / so nicht durch das Centrum gehet / in zwey gleiche Theil zertheilet / so machet sie auch rechte Winckel mit derselben / vnd hinwiderumb / so sie rechte Winckel mit jhr machet / so wirdt sie solche auch in zween gleiche theil zertheilen.

Diese Proposition ist zwar leicht zuverstehen / auß der 5. 8. vnd 26. Proposition deß ersten Buchs. Aber wegen der vngeübten / wil ich sie auch kürtzlich demonstriren.

Der Diameter oder Durchschneider deß Circkels B C D E, ist C E, zertheilet die andern Lini B D, im Punct F, in zween gleiche theil / derhalben sollen die Winckel C F D, C F B rechte Winckel seyn. Man ziehe die zwo Lini / als A D vnd A B, die sein einander gleich / dieweil sie auß dem *Centro* A. zum Vmbkreiß gezogen werden. Nun sein zween Triangel / als A F D vnd A F B, dieweil die seiten A D vnd A B einander gleich seyn / wie jetzt gesaget / vnd F D der seiten F B, dieweil B D in zween gleiche Theil zertheilet ist / A F ist beeden gemein / derhalben / so werden auch die zween Winckel A F D vnd A F B einander gleich seyn / vnd nach Anleitung der 13. Proposition deß ersten Buchs / rechte Winckel seyn / daß denn erstlich zu erweisen gewesen.



Der ander theil dieser Proposition / ist der Anhang der ersten Proposition vmbgekehret /

gekehret/ vnd wirdt also demonstriret. In dem Triangel BAD ist die seiten AB, gleich der AD, derhalben auch der Winckel ABD, dem Winckel ADB. Nun sein auch die zween rechte Winckel AFD vnd AFB einander gleich/ vnnd AF beeden Triangeln gemein/ darumb so muß nach der 26. Proposition deß ersten Buchs/ der dritte Winckel FAD, vnd die dritte seite FD, gleich sein dem dritten Winckel FAB vnd der drittten seiten FB, das zu erweisen war.

THEOREMA III.

Die IIII. Proposition.

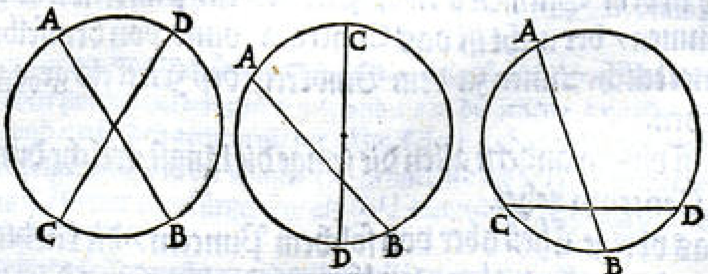
Wenn in einem Circkel zwo gerade Linien sich durchschneiden/ vnnd doch keine derselben durch das Centrum deß Circkels gehet/ so können sie beede nicht zugleich sich in zween gleiche theil zerschneiden.

Diese Propositio wird nur *ab absurdo* demonstrit/ das ist durch vngereumbte ding die nicht sein können.

Die demonstration ist auß diesem *Theoremate.*

Allein die jenigen Linien in einem Circkel/ so in dem Centro sich zertheilen/ die zertheilen sich beede/ je eine die andern in zween gleiche theil.

Werden also von diesem *Theoremate* außgeschlossen alle andere fäll/ die sich können zutragen/ wenn zwo Linien in einem Circkel sich durchschneidẽ/ es gehe gleich eine oder gar keine durch das *Centrum.* Denn auß diesem *Theoremate*, eine wol in



zween gleiche theil kan von der andern zertheilet werden/ aber nicht beede zu gleich/ wie beygesetzte Figuren außweisen. Bedarff derhalben keines ferners/ demonstrirens oder erweisens.

THEOREMA IV.

Die V. Proposition.

Wenn zween Circkel sich durchschneiden/ so haben solche nicht ein Centrum oder Mittelpunct.

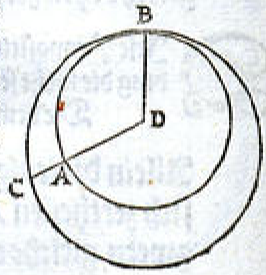
Je zween Circkel *A B D* vnd *E B D* durchschneiden sich in *B* vnd *D.* Sagt die Propositio/ daß sie nicht ein *Centrum* haben können. Wenn es nun müglich were/ wie nicht ist/ so sey solches *Centrum C*, von welchem sollen zwo Linien gezogen werden/ als CB vnd CEA. Nun setze ich das *Centrum* C, sey deß Circkels EBD, derhalben werden die zwo Linien CB vnd CE einander gleich seyn. Nun weil solches C auch vor das *Centrum* deß andern Circkels ABD genommen wirdt/ so solte die Lini CB oder CE gleich seyn der Lini CA, ein Theil seinen gantzen/ so sich nicht also befindet vnd vnmüglich ist/ bestehet also der Proposition Warheit.

THEOREMA V.

Die VI. Proposition.

Zween Circkel so innwendig einander anrüren/ haben nicht ein Centrum.

DJe zween Circkel sein AB, BC berüren innwendig einander in B. So sagt die Proposition/ daß sie nit ein *Centrum* haben können. Wenn es müglig were/ so sey solches *Centrum* D, von solchem ziehe man zwo Linien/ als DB vnd DAC. Nun sey erstlich D das *Centrum*, deß Circkels AB, so werden die zwo Linien DB vnnd DA einander gleich seyn. Nun wirdt solches D vor das *Centrum* deß Circkels BC genommen/ derhalben so muß die Lini DB oder DA gleich seyn der Lini DC, ein theil seinem gantzen/ welches auch vnmüglich ist/ bestehet also auch dieser/ wie der nechst vorhergehenden Proposition Warheit.



THEOREMA VI.

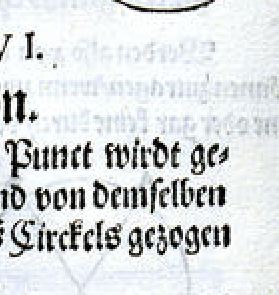
Die VII. Proposition.

So in dem Diametro eines Circkels ein Punct wirdt genommen/ der nicht ist das Centrum, vnnd von demselben Punct etliche Linien zu dem Vmbkreiß deß Circkels gezogen werden.

1. **So ist vntern andern allen die jenige die längst/ welche durch das Centrum gehet.**
2. **Das vbrige Theil aber von solchem Puncten/ die kürtzte.**
3. **Vnter den andern aber/ je näher eine der längsten/ das ist/ welche durch das Centrum gehet/ je länger sie auch ist/ je weiter sie aber von solcher je kürtzer.**
4. **Es können auch nicht mehr als zwo gleiche Linien/ zu beeden seiten der kürtzten von diesem Punct gezogen werden.**

DIese Proposition ist lang/ vnnd hat vier theil/ welche ordentlich sollen demonstrirt werden.

In dem Diametro AB deß Circkels/ ACDEBH, dessen *Centrum* F, wirdt genommen das Punct G, von diesem sollen Linien/ biß zum Vmbkreiß gezogen werden/ so viel man wil/ als GC, GD, GE, Nun saget die Propositon/ daß vnter den jenigen Linien allen/ so auß diesem Punct G zum Vmbkreiß gezogen werden/ die längste sey/ welche durch das *Centrum* F gehet/ als GA. Die kürtzte aber/ das vbrige von dem Diametro/ als GB, hernach GC lenger/



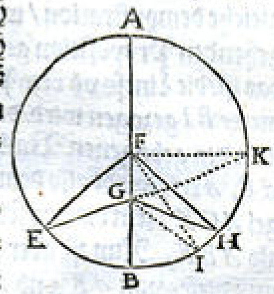
als

als GD, dieweil GC der lengsten näher ist. Also GD lenger als GE. Endlichen / daß auß dem Punct G nur zwo Linien / als GE vnd GH auff beeden seiten können gezogen werden/die einander gleich seyn/nicht drey oder mehr.

Daß nun GA die lengste sey/das wirdt also erwisen: In dem Triangel GFC, seyn die zwo seiten GF vnnd FC, samptlich grösser als die dritte CG (20. Proposition *lib. 1.*) Nun seyn die zwo seiten GF vnd FC gleich der gantzen Lini GA, denn FC ist gleich der FA, derhalben weil CF vnnd FG zusammen grösser oder lenger seyn / als CG, so folget daß auch die gantze Lini GA länger sey/ als GC vnd denn auch als GD vnd GE.

Daß aber GB die kürtzte sey/wird also demonstrirt: In dem Triangel FGE, ist die seiten FE kleiner / als die zwo seiten FG vnd GE. Nun ist aber FE gleich der Lini FGB, so man nun die gemeine seiten FG von FGE, vnd von FGB nemen wirdt/so bleibt GB kleiner als GE, welches denn leicht zu verstehen ist. Ferners / weil die zwo seiten GF vnnd FC deß Triangels FGC gleich seyn den zweyen seiten GF, vnd FD deß Triangels GFD. Der Winckel GFC, aber grösser als der Winckel GFD, als ein gantzes/ den sein Theil/ so folget (24. Proposition *lib. 1.*) daß die Basis GC lenger sey/als die Basis GD, gleicher weiß wirdt erwisen/daß die Basis GD grösser oder lenger sey/als die Basis GE.

Zum vierdten/Man mache einen Winckel auff die andern seiten/als BFH, der gleich sey dem Winckel BFE, vnnd man ziehe die Lini GH, dieweil nun in denn zweyen Triangeln GFH vnd GFE, die seiten FH vnd FE einander gleich seyn/vnd GF beeden gemein ist/ auch der Winckel BFH, gleich ist dem Winckel BFE, so folget (4. Proposition *lib. 1.*) daß auch die Basis GH gleich sey der Basi GE. Daß aber kein andere auff dieser seiten könne gezogen werden/ die dieser EG oder GH gleich/ erscheinet auß zweyen Vrsachen.



Erstlich so einer wolt sagen/ es were die Lini GK, so kan solches nicht seyn/ dieweil sie der längsten Lini GFA näher ist als GH, vnnd derhalben länger/ wie zuvor ist erwisen worden/ solte es aber GI seyn/ so ist GI weiter von GFA, als GH, vnnd derhalben kürtzer.

Zum andern/ wenn es solt widerumb GK seyn/so ziehe man die Lini FK. Dieweil nun in den zweyen Triangeln HGF, vnd KFG, die seiten FK vnnd FH einander gleich seyn/vnd FG beeden gemein ist/ der Winckel GFK aber grösser ist/als der Winckel GFH, so folget auch daß die Basis GK grösser sey als GH. Gleicher weiß wirdt erwisen/das GI kleiner oder kürtzer sey/ als GH, dieweil der Winckel GFI kleiner ist/ als der Winckel GFH.

Ist also diese Proposition ordentlich erkläret vnd bewisen worden.

THEOREMA VII.

Die VIII. Proposition.

So ausserhalb eines Circkels ein Punct genommen wird/ vnd von solchem etliche Linien in den Circkel gezogen werden/eine zwar durch das Centrum, die andern aber nach gefallens.

1. **So ist vnter den jenigen allen/ welche einwartz in den holen Vmbkreiß gezogen werden/ die jenige die längste/ welche durch das Centrum gehet.**
2. **Vnd nachmals welche dieser näher/ die ist auch länger als ein andere die da weiter davon ist.**

3. Vnter

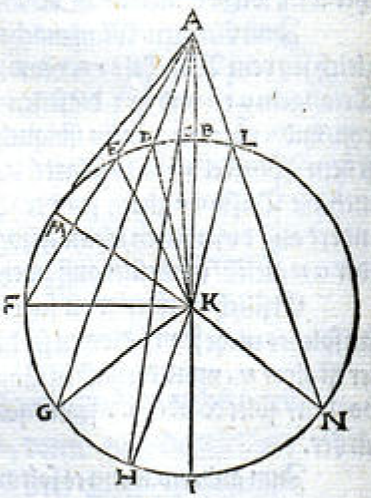
3. Vnter denen aber / so von dem Punct außwarts auff den gebogenen Vmbkreiß gezogen werden / ist das die kürtzte so von solchem Punct biß zu dem Diameter stehet oder fellet.

4. Hernach je weiter eine von dieser / je lenger sie auch ist.

5. Es können auch nicht mehr als zwo gleiche Linien auff den gebognen Vmbkreiß deß Circkels fallen / eine auff dieser / die ander auff jener seiten der kürtzten Lini.

NB. Nicht allein auff den gebogenen Vmbkreiß / sondern auch in den holen / zu beeden seiten der lengsten Lini.

VOn dem Punct A, ausser dem Circkel B C D E, dessen *Centrum* K, ziehe man die Linien A I, A H, A G, A F, vnter welchen A I, durch das *Centrum* K, gehet / vnnd die lengste ist vnter den andern / welche in den holen Vmbkreiß deß Circkels gezogen werden. Deñ in dem Triangel A K H, sein die zwo seiten A K vnd K H, samptlich länger deñ die dritte / als A H. Nun ist aber A I gleich den zweyen A K vnd K H. Darumb ist A I lenger als A H. Also fortan mit den andern Linien / deñ es eine gleiche demonstration / wie auch in der nechst vorgehenden Proposition geschehen. Daß aber *AB*, das ist / die Lini so võ dem Punct *A*, biß auff dẽ Diameter *B I* gezogen wird / die kürtzte sey vnter denen / so in den gebogenen Vmbkreiß fallẽ / als *AC, AD, AE, AM*; wirdt also demonstrirt: In dem Triangel *ACK*, sein die zwo seiten *AC* vnd *CK* lenger als *ABK*. Nun ist aber *BK* gleich der *CK*, so nun dieses von *AK* vnd *ACK* genommen / so folget das *AC* grösser oder länger sey / als *AB*, daß aber die andern Linien / als *AD, AF, AM* ordenlich die folgende lenger sey / ist offenbar auß der 21. Proposition deß ersten Buchs. Denn jmmer ein Winckel oder Triangel den andern in sich beschleust / sein derowegen auch die seiten desto lenger / dieweil die Linien *BK, CK, DK, EK, MK*, einander gleich seyn / so müssen die andern / als A C, A D, A E, A M einander vngleich seyn / als A D lenger / als A C, vnd also fortan.



Item auß gleichheit der Winckel A K L vnd A K D, wie auch auß gleichheit der seiten *K L* vnd *K D* mit der gemeinen seiten *A K*, folget das auch die Bases *A L* vnd *A D* einander gleich seyn müssen. Item auß gleichheit der Winckel *A K N* vnnd *AKG*, gleich / wie auch auß gleichheit der seiten *KN*, vnnd *KG* mit der gemeinen seiten *AK*, folget daß auch die Basis *AN* vnd *AG*, welche in den holen Vmbkreiß fallen / einander gleich seyn / vnnd kein andere weder drunter oder drüber / wie in nechst vorhergehender Proposition genugsam ist erwisen worden / vnnd solche demonstration sich hieher auch reimet / bestehet also die Warheit dieser Proposition.

NB. Ich nenne aber den holen Vmbkreiß / die innere rundigkeit eines Circkels *latine concavum*: Den gebognen Vmbkreiß aber / die eussere rundigkeit *latine convexum*, welches ich an zeigen wöllen / damit der Leser nicht jrr gemachet werde.

THEO-

THEOREMA VIII.

Die IX. Proposition.

So in einem Circkel ein Punct wirdt genommen/ vnnd von solchem mehr als zwo gleiche Linien/ zum Vmbkreiß können gezogen werden/ so ist solcher Punct das Centrum deß Circkels.

Dieser Proposition Warheit bestehet/ auß der Beschreibung deß Circkels vnd dessen *Centri*, sonderlich aber auß dem vierten Theil der *7.* Proposition/ da erwisen worden/ das nicht mehr als zwo gleiche Linien/ von einem Punct im Circkel auß dem *Centro* zum Vmbkreiß können gezogen werden.

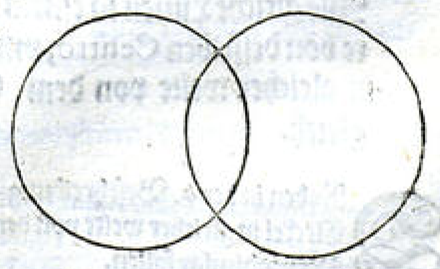
Bedarff derwegen keines weitleufftigen vnd vnnöttigen demonstrirens/ besihe bey gesetzte Figur.

THEOREMA IX.

Die X. Proposition.

Ein Circkel kan ein andern Circkel/ mehr nicht als in zweyen Orten oder Puncten durchschneiden.

Ist sehr leicht zuverstehen/ man besehe nur bey gesetzte Figur. Diese vnnd dergleichen Propositionen/ werden durch vngereumbte vnnd vnmügliche ding erwisen/ ist sehr verdrießlich vberall zu widerholen/ machet den Leser mehr irr/ als daß jhme nutzen bringet/ denn solche Sachen augenscheinlich waar/ vnnd nicht anderst sein können.

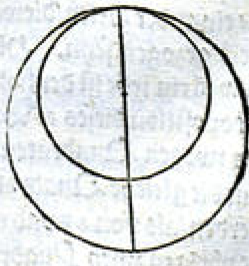


THEOREMA X.

Die XI. Proposition.

So zween Circkel innwendig sich berüren/ vnd durch jhre beede Centra eine Lini gezogen wirdt/ so gehet solche/ wenn sie erlängert/ durch denn Punct/ da sie sich einander berüren.

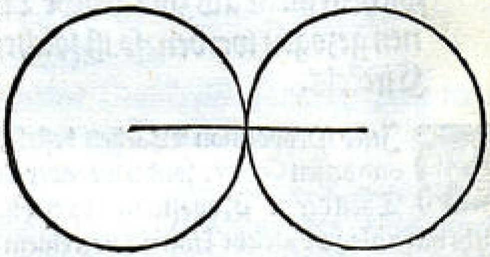
Die dieser vnd zweyen folgenden Propositionen/ ist es gleich beschaffen/ wie erst in der *10.* Proposition ist vermeldet/ laß derhalben die vergebene demonstration fahren.



THEOREMA XI.

Die XII. Proposition.

So zween Circkel außwendig mit dem gebogenen Vmbkreiß sich berüren/ vnd eine Lini durch jhre beede Centra gezogen wird/ so gehet solche durch das Punct deß anrürens oder da sie aneinander stossen.



THEOREMA XII.

Die XIII. Proposition.

Ein Circkel kan ein andern an mehrern nicht/ als an einem Punct oder Ort berüren / es sey gleich auß oder innwendig

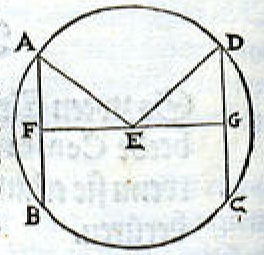
THEOREMA XIII.

Die XIV. Proposition.

Alle gleiche Linien in einem Circkel/die stehen in gleicher weite von desselben Centro, vnnd hinwiderumb alle Linien / die in gleicher weite von dem Centro stehen/die sein einander gleich.

DRoben in der 4. Beschreibung ist gesaget worden/ welche Linien in einem Circkel in gleicher weite von dem *Centro* stehen/nemblich auff welche gleiche Perpendicular fallen.

Die demonstratio ist also. In dem Circkel ABCD, seyn zwo gleiche Linien als AB, CD. die stehen in gleicher weite von dem *Centro* E, diß wirdt nun also erwisen. Man ziehe zwo Perpendicular/als EF auff die Lini AB, vnnd EG auff die Lini CD. Item EA, vnd ED. Nun wenn erwisen wirdt/ daß die zwo Perpendicular EF vnd EG einander gleich seyn/ so ist der Proposition genug geschehen/ vermittelst der 4. Beschreibung. In den zweyen Triangeln EFA vnd EGD, seyn die seiten ED vnnd EA einander gleich/dieweil sie auß dem *Centro* zu dem Vmbkreiß gezogen seyn. Hinwiderumb die seiten AF vnnd GD, dieweil ein jede ist der halbe theil der zwo gantzen Linien AB vnnd DC, vermög der 3. Proposition dieses 3. Buchs. Nun ist aber das Quadrat der Lini AE oder ED, gleich den zweyen Quadraten AF, FE oder DG, GE. (47. Proposition deß 1. Buchs). So nun die gleiche Quadrat AF vnnd DG von den vier gleichen Quadraten genummen werden/als von AF vnd FE, vnd von DG vnd GE, so folget vnwidersprechlich/daß auch die vbrigen zwey Quadrat/ als der Linien EF vnnd EG einander gleich seyn/ derhalben auch



auch die zwo Linien EF vnnd EG, vnnd stehen also die zwo Linien AB, DC, in gleicher weite von dem *Centro*. Hinwiderumb / daß die zwo Linien AB, DC einander gleich seyn / dieweil sie in gleicher weite von dem *Centro* E stehen / das wirdt also erwisen.

Die Quadrat der Linien AE, vnd ED seyn gleich den Quadraten der Linien AF, FE vnd DG, GE. So nun die zwey gleiche Quadrat / der zweyen gleichen Linien FE vnd EG, von solchen genommen wirdt / so folget / daß die vbrigen zwey Quadrat oder Linien AF vnnd DG einander gleich seyn / derhalben auch die zwo Linien selbsten / als AF vnd DG. Es ist aber AF der halbe Theil der gantzen Lini AB, wie auch DG der gantzen Lini DC, derowegen so die halben Linien einander gleich seyn / so müssen auch die gantzen Linien einander gleich seyn / welches zu erweisen ist gewesen.

Will es auch zum vberfluß in Zahlen erklären. Die zwo gleiche Linien AB, DC seyn ein jede 16. lang / halb zertheilet in der Perpendicular EF vnd EG, in F vnd G, also das AF vnnd DG, ein jede sey 8. lang / dessen Quadrat ist 64. AE oder ED 10. das Quadrat davon ist 100. hievon ziehe man das Quadrat der Lini AF oder DG, nemblich 64. so bleibt das Quadrat der Lini EG oder EF vberig / nemblich 36. dessen gevierte Wurtzel zeiget die läng beeder Linien als 6.

Denn wo die Quadrat einander gleich seyn / seyn auch die Wurtzel einander gleich / Hinwiderumb so man das Quadrat der Linien EF oder EG, als 36. wirfft von dem Quadrat der Linien EA oder ED, als von 100. so bleiben die vberigen Quadrat der Lini AF vnd DG einander gleich / als 64. dessen Wurtzel ist 8. nemblich / die läng der beeden halben Linien AF vnd DG, gedoppelt kompt wider 16. die läng der Lini AB vnnd DC, welches alles beedes in Linien vnd Zahlen gar leicht zuverstehen ist.

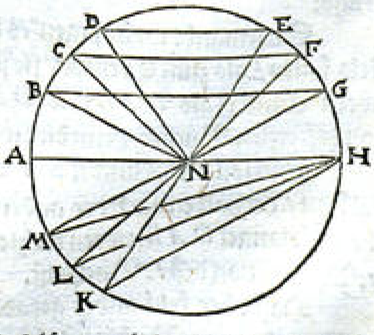
THEOREMA XIV.

Die XV. Proposition.

In einem Circkel ist der Diameter die längste Lini / hernach welche dem Centro näher ist / die ist auch länger denn ein andere / die weiter davon stehet.

Diese Proposition ist gar leicht zu demonstriren / durch die 20. vnd 24. Proposition deß ersten Buchs.

Als in beygesetzter Figur ist die längste Lini der Diameter ANH, hernach BG grösser oder länger als CF, vnd CF länger als DE. Item / auff dem andern halben Circkel ist HM länger als HL, vnd HL länger als HK.



Diß wirdt nun also erwisen: In dem Triangel *BNG* seyn die zwo seiten *BN, GN*, samptlich grösser als die dritte *BG* (20. Proposition *lib. 1.*) nun seyn aber die zwo seiten *BN* vnnd *NG* gleich deren Diametro *ANH*, darumb so folget / daß auch solche länger sey als die Lini *BG*.

Also auff der andern seiten in dem Triangel *MNH* seyn die zwo seiten / *MN, NH*, samptlich länger als die dritte *MH*. Nun sein aber widerumb solche zwo seiten *MN, NH* gleich dem Diametro *ANH*, dieweil sie auß dem *Centro* zum Vmbkreiß gezogen seyn / derhalben so ist auch der Diameter länger als die Lini *MH*.

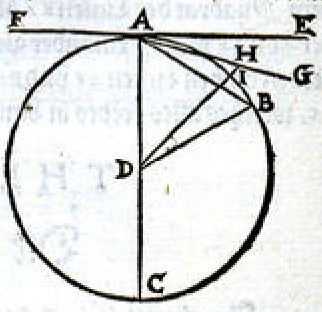
Ferner daß die Lini *CF* kürtzer sey als *BG*, dieweil sie weiter von dem *Centro N* stehet / das wirdt also erwisen. In den zweyen Triangelen *BNG* vnd *CNF*, seyn die zwo seiten *CN, NF* gleich den zweyen seiten *BN, NF*. Aber die Winckel von solchen gleichen seiten begriffen/seyn einander vngleich / vnd zwar der Winckel BNG grösser als der Winckel CNF, als welcher von dem andern begriffen wirdt / derhalben nach Lehr der 24. Proposition deß 1. Buchs / ist die seite BG länger als die seite CF. Gleiches ist zu verstehen von der Lini DE, vnd auff der andern seiten / von den Linien MH, LH vnd KH.

THEOREMA XV.

Die XVI. Proposition.

1. So von einem ende eines Diameters ein Perpendicular gezogen wirdt/so fället solche ausserhalb deß Circkels.
2. So mag oder kan auch kein andere Lini zwischen dem Vmbkreiß vnd jetzt bemeldter Perpendicular fallen.
3. Vnd der Winckel deß halben Circkels / ist grösser den jrgend ein scharpffer rechtlinischer Winckel.
4. Der vberige Winckel aber kleiner.

Die Proposition wil ich erstlich erklären/dieweil sie etwas danckel/vnd denn hernach demonstriren.



In beygesetzter Figur seyn die zwey ende deß Diameters ADC, A vnd C, von dem Punct A, werde ein Perpendicular gezogen / die sey FAE. Nun sagt die Proposition.

1. Daß diese Perpendicular ausserhalb deß Circkels ABC falle / vnd denn Circkel im Punct A nur berüre.

2. Das zwischen dieser Perpendicular AE, vnd dem Vmbkreiß AIB, kein andere Lini könne gezogen werden.

3. Daß der Winckel deß halben Circkels / das ist / welchen der Diameter CA, mit dem holen Vmbkreiß AIB machet/ als da ist der Winckel CAB grösser sey/denn jrgend ein scharpffer rechtlinischer Winckel.

4. Vnd daß der vberige Winckel/nemblich / welchen die Perpendicular AE, mit dem gebognen Vmbkreiß AIB machet kleiner sey / als jrgendt ein scharpffer rechtlinischer Winckel. Diß ist nun die erklärung dieser Proposition/die demonstratio aber ist also:

So jemandt wolte sagen/es könte die Perpendicular / auch jnnerhalb deß Circkels fallen / als zum Exempel/ sie sey *AB*, so ziehe man die Lini *DB*, so werden die zween Winckel als *DAB* vnd *DBA* einander gleich seyn/ vermög der 5. Proposition deß ersten Buches/denn die zwo seiten *DA*, vnd *DB* einander gleich seyn.

Nun soll der Winckel *BAD*, auß vorgab der Proposition ein rechter Winckel seyn / derhalben auch der ander Winckel *ABD*, würden also in dem rechtlinischen Triangel *DAB*, zween rechte Winckel seyn/welches vnmüglich vnd wider die 17. Proposition deß 1. Buchs ist.

Daß aber kein ander gerade Lini könne zwischen die Perpendicular *AE*, vnd den gebognen Vmbkreiß *AB* gezogen werden/wirdt also erwisen.

Wenn es nun müglich were/so sey solche Lini AG, nun ziehe man auß dem *Centro* D, ein Lini DH, welche der Lini AG vor Perpendicular genommen werde. Dieweil nun der Winckel AHD vor ein rechten Winckel gehalten wirdt/so muß der ander Winckel HAD ein scharpffer Winckel seyn / vnnd derhalben die seite DA, als die dem rechten vnd grösten Winckel AHD vnterzogen ist/grösser seyn/als die seite DH, die dem scharpffen vnd kleinern Winckel HAD vnterzogen ist. Nun ist aber die Lini DA gleich/

der Lini *DI*, derhalben so würde auch *DI* grösser seyn / als *DH*, welches vnmüglich/ vnd wider die allgemeine wißenschafft ist.

Zum dritten/ daß der Winckel deß halben Circkels grösser sey / als jrgendt ein rechtlinischer scharpffer Winckel/ist seine demonstration also.

Jetzundt hero ist erwisen worden/ daß kein andere gerade Lini von dem Punct oder Ende *A* könne gezogen werden / es sey denn vnterhalb *AE*, vnd die in den holen Vmbkreiß falle/vnd also den Circkel zerschneide/vnd diese sey nun *AB*. Dieweil nun der rechtlinische Winckel, *BAD*, nur ein theil ist deß Winckels / deß halben Circkels *DAIB*, so ist er auch kleiner: widerumb/dieweil der eussere vnd vberige Winckel *EAIB*, nur ein theil ist deß rechtlinischen Winckels *EAB*, so folget / daß er auch kleiner sey/ denn dieser rechtlinische *EAB*, daß denn zu demonstriren ist gewesen.

Anhang.

Auß diesem allen ist nun offenbar / daß ein gerade Lini / so von dem ende deß Diameters Perpendicular gezogen wirdt / den Circkel nur an einem Ort berüre/ welche aber den Circkel in zweyen orten berüret/ die fället jnnerhalb deß Circkels/vnd durchschneidet jhn in zweyen Puncten.

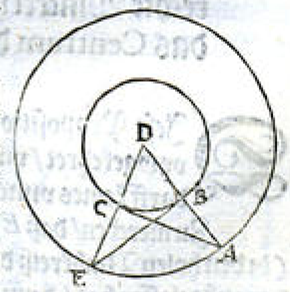
PROBLEMA II.

Die XVII. Proposition.

Von einem vorgegebenen Punct eine Lini ziehen/welche einen gegebenen Circkel berüre.

DAs von *EUCLIDE*, diese Wort: (ausserhalb eines Circkels)/nicht sein gesetzet worden/ das ist der vrsachen geschehen / dieweil von einem Punct jnnerhalb eines Circkels / nicht müglich ist ein Lini ziehen / welche solchen Circkel berüre/darumb hat solche Wort als vberflüssige, *EUCLIDES* außgelassen.

Dieser Proposition aber wirdt also genug gethan.



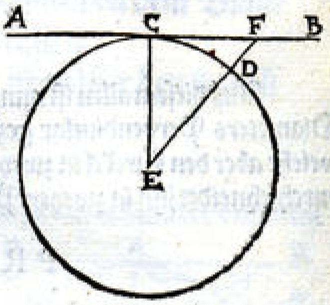
Auß oder von dem Punct *A*, soll man eine gerade Lini ziehen/welche den Circkel *BC* berüre/das geschicht also: man ziehe von dem Punct *A*, biß zu dem *Centro D* eine Lini. Item / in der weite *DA* beschreibe man einen Circkel / der sey *AE*, hernach auß dem Punct *B*, da nemblich die Lini *AD*, den Circkel *BC* durchschneidet/ziehe man der Lini *AD*, ein Perpendicular die sey *BE*, ferners ziehe man die Lini *DE*, vnnd endlichen ziehe man auß dem Punct *A*, zu dem Punct *C* eine Lini/da nemblich die Lini *DE*, den Circkel *BC* durchschneidet/ solche Lini *AC* berüret den Circkel *BC* in dem Punct *C*, solches wirdt also erwisen.

In den zweyen Triangeln *ADC* vnnd *EDB*, seyn die zwo seiten *AD* vnd *DC*, gleich denn zweyen seiten *ED* vnd *DB*, dieweil sie auß dem *Centro* zum Vmbkreiß *BC* vnd *AE* gezogen seyn / der Winckel aber *ADE* oder *EDA*, ist beeden Triangeln gemein / derhalben so wirdt auch die Basis / oder dritte seite *BE*, gleich seyn der Basi *CA*. Nun ist aber der Winckel *EBD* ein rechter Winckel/vnnd berüret den Circkel *BC*, im Punct *B*, derhalben so ist auch der Winckel *ACD*, ein rechter Winckel/ vnnd berüret den Circkel *BC* im Punct *C*, welches zu erweisen war.

PROBLEMA XVI.

Die XVIII. Proposition.

So eine gerade Lini / einen Circkel berüret / vnnd von dem Centro deß Circkels eine Lini zu dem Punct deß anrürens gezogen wirdt / so ist solche Lini der anrürenden Perpendicular / das ist / sie machet mit der anrürenden rechte Winckel.

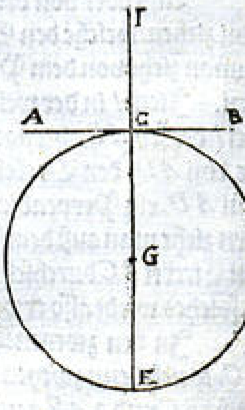


DEnn wenn sie es nicht were / sondern die Lini EF, so folget / daß die Lini EC länger were / als die dem rechten Winckel CFE vnterzogen ist / denn die Lini EF, die dem scharpffen Winckel FCE vnterzogen ist / Es ist aber EC gleich der Lini ED, würde also ED grösser oder länger seyn / als EF, so vnmüglich.

THEOREMA XVII.

Die XIX. Proposition.

So eine gerade Lini einen Circkel berüret / vnnd von dem Punct deß anrürens eine andere Lini der anrürenden Perpendicular gezogen wirdt / das ist / die mit der anrürenden rechte Winckel machet / so wirdt in solcher Perpendicular / das Centrum deß Circkels seyn.



DIese Proposition ist die nechst vorhergehende vmbgekehret / vnnd folget eine auß der andern / bedarff keines vnnötigen demonstrirens.

Zu mercken / daß EUCLIDES allhier folgende Wort (in den holen Vmbkreiß deß Circkels) / als vberflüssige wider außgelassen hat / denn ob wol von der anrürenden Lini AB ein Perpendicular in die höhe, als GF kan gezogen werden / so wol als in den holen Vmbkreiß deß Circkels / als CE, so ist doch solche Lini ausserhalb deß Circkels CDE, derhalben kan auch das *Centrum* G, solches Circkels nicht in derselben seyn.

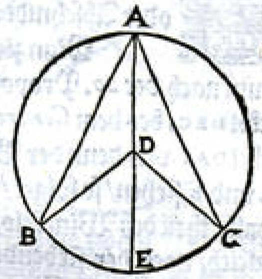
THEOREMA XVIII.

Die XX. Proposition.

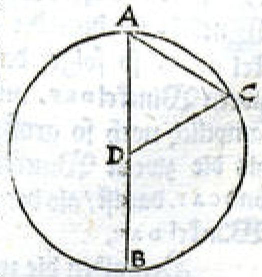
In einem Circkel ist der Winckel bey dem Centro, noch eins oder doppelt so groß als der Winckel/ so bey dem Umbkreiß stehet/ wo fern beede Winckel ein Basin haben/ oder auff gleichem Stück oder Abschnidt deß Umbkreiß stehen.

Diese Proposition hat dreyerley Fäll oder *Casus*, welche ordentlich sollen demonstrirt werden.

1. Der Winckel BDC, so bey dem *Centro* stehet/ ist noch so groß/ als der Winckel BAC, der bey dem Umbkreiß A, vnnd auff gleicher Basi oder Abschnidt BEC stehet. Man ziehe den Diametrum ADE. Denn weil die zwo seiten AD, vnd DB deß Triangels ADB einander gleich seyn/ so folget auß Lehr der 5. Proposition 1. *lib.* daß die zween Winckel BAD vnnd ABD einander gleich seyn. Nun ist aber der eussere Winckel EDB gleich den zweyen innern gegen vbergesetzten Winckeln/ als ABD vnd BAD, vermög der 32. Proposition 1. *lib.* Dieweil solche beede einander gleich/ so folget/ daß der Winckel EDB bey dem *Centro* D, noch oder doppel so groß sey/ als der Winckel DAB oder EAB bey dem Umbkreiß A. Gleicher weiß wirdt auch demonstrirt/ daß der Winckel/ EDC noch so groß sey/ als der Winckel DAC oder EAC. Derhalben so wirdt auch vnwidersprechlich geschlossen/ daß der gantze Winckel BDC, bey dem *Centro* D noch so groß sey als der gantze Winckel BAC, bey dem Umbkreiß A, diß ist nun der erste Fall (*Casus.*)

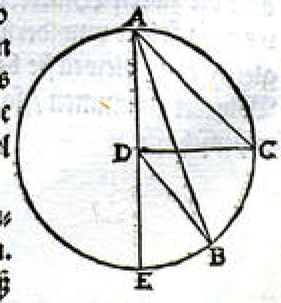


2. Der Winckel BDC ist noch so groß als der Winckel DAC, weil sie auff gleicher Basi oder Abschnidt BC stehen/ vnd solches widerumb auß grund der 5. vnd 32. Proposition deß 1. Buchs. Denn in dem Triangel DAC seyn die zwo seiten AD vñ DC einander gleich/ darumb auch die zween Winckel bey der Basi als DAC vñ DCA. Hinwiderumb weil die seite AD erlängert ist/ so ist der eussere Winckel BDC gleich/ jetzt bemelten zweyen innerlichen Winckeln DAC vnd DCA, vnd weil solche einander gleich/ so folget daß der Winckel BDC bey dem *Centro* D, noch so groß sey/ als der Winckel DAC bey dem Umbkreiß A.



3. In dem ersten *Casu* oder Fall/ haben die zwo Linien AB, AC deß Winckels BAC, die andern zwo seiten DB, DC deß Winckels BDC eingeschlossen. In dem andern *Casu* oder Fall/ seyn die zwo Linien AB, vnnd BD zusammen gefallen. Jetzt im dritten Fall oder *Casu*, durchschneidet die seite AB, deß Winckels BAC, die seiten DC deß Winckels BDC. Dieser dritte *Casus* oder Fall wirdt also demonstrirt. Die zween Winckel seyn BDC, vnd BAC auff gleicher Basi BC.

Der Winckel EDC ist noch so groß als der Winckel DAC, wie jetzt in dem andern *Casu* ist erwisen worden. Auß diesen zweyen werden vier Winckel/ vñ ist offenbar daß der Winckel EDB noch so groß ist/ als der Winckel DAB, weñ nun diese zween Winckel



von den gantzen Winckeln genommen werden / so ist offenbar / daß der vberige Winckel B D C doppelt oder noch so groß sey / als der andere vberige Winckel B A C.

NOTA. In dieser 20. vnnd folgenden Proposition erscheinet erst der rechte Nutz dieses dritten Buchs / darumb solche fleissig sollen in acht genommen werden.

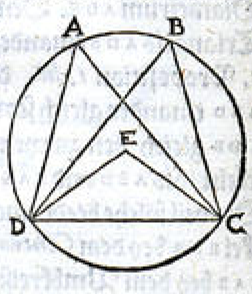
THEOREMA XIX.

Die XXI. Proposition.

In einem Circkel / alle Winckel / so in gleichem Stück oder Abschnidt (Segmento) stehen / die sein einander gleich.

In dem Circkel A B C D, stehen die zween Winckel A vnd B, in gleichem Stück oder Abschnidt D A B C, derhalben seyn sie auch einander gleich.

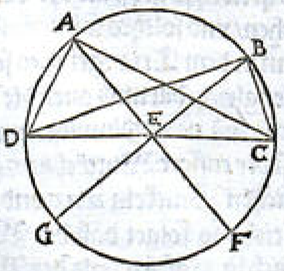
Man ziehe die zwo Linien als D E, vnd C E zu dem *Centro* E. Dieweil nun nach der 20. Proposition dieses 3. Buches / der Winckel D E C, bey dem *Centro* E doppelt so groß ist / als der Winckel D A C, vnd denn der Winckel D B C, die bey dem Vmbkreiß A vnd B stehen / so folget / daß sie beede / ein jeder vor sich der halbe theil deß Winckels D E C sey / vnnd derhalben einander gleich / nach der siebenden allgemeinen wißenschafft deß 1. Buchs. In dieser Figur ist der Abschnidt D A B C, grösser gewesen denn ein halber Circkel.

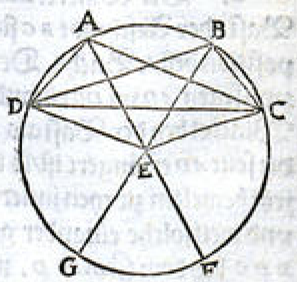


Nun sey aber solcher Abschnidt entweder ein halber Circkel / oder kleiner denn ein halber Circkel / so ist die demonstratio also.

Man ziehe durch das *Centrum* E, die zwo Linien A F vnd B G, vnd in dem kleinen Abschnidt / ziehe man die Linien D E vnd C E.

Dieweil nun in beeden Figuren / der Winckel D E F, noch so groß ist als der Winckel D A F, (20. Proposition deß 3. Buches /) vnd der Winckel C E F, denn der Winckel C A F, so folget daß die zween Winckel D E F, vnd C E F samptlich noch so groß seyn / als die zween Winckel D A F vnd C A F, das ist / als der gantze Winckel D A C.





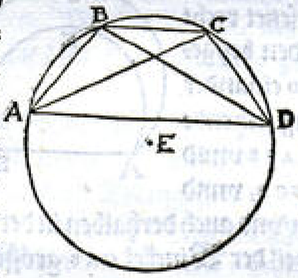
Derhalben die zween Winckel C E G vnd D E G, samptlich seyn noch so groß / als die zween Winckel / C B G vnd D B G, das ist / als der gantze Winckel D B C. Weil aber die zween Winckel D E F, vnd C E F gleich seyn den zweyen Winckeln C E G, vnnd D E G, so folget vnwidersprechlich / daß die zween Winckel D A C, vnnd D B C einander gleich seyn / dieweil sie beede / ein jeder vor sich / nur der halbe Theil ist der zweyen Winckel zusammen / so bey dem *Centro* E stehen / nach der siebenden allgemeinen wißenschafft.

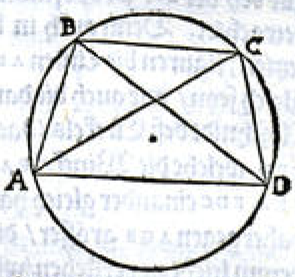
THEOREMA XX.

Die XXII. Proposition.

So in einem Circkel eine vierseitige Figur eingeschrieben wirdt/so seyn die zween Winckel/so vberecks gegen einander vberstehen/zweyen rechten Winckeln gleich.

DUrch das ein schreiben muß man verstehen/ daß die vier Winckel/ oder Spitz der vier seitigen Figur den holen Vmbkreiß deß Circkels berüren. Solche vierseitige Figur/ ist in beeden beygesetzten Figuren ABCD. Nun saget diese Proposition/daß in solcher vierseitigen Figur die zween Winckel/als ABC vnd CDA, also BCD vnd BAD, so vberecks gegen einander vber stehen zweyen rechten Winckeln gleich seyn. Solches wirdt also erwisen: Nach der nechst vorhergehenden Proposition/ seyn die zween Winckel ABD, vnd ACD einander gleich/wie auch die zween Winckel/ CBD vnd CAD, derhalben die zween Winckel ABD, vnd CBD, das ist/der gantze Winckel ABC ist gleich den zweyen Winckeln ACD, vnd CAD. Mit diesen zweyen Winckeln aber / als ACD, vnd CAD in dem Triangel ADC machet der dritte Winckel CDA, zween rechte Winckel/ derhalben auch mit dem gantzen Winckel ABC, der jme vberecks gegen vber stehet. 32. Proposition 1. Buchs.





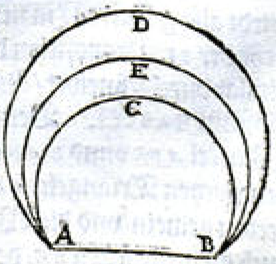
Gleiches/wie gesaget/ist zuverstehen/von denn zweyen Winckeln BCD, vnnd BAD. Denn widerumb die zween Winckel ABD, vnd ACD einander gleich seyn/ also auch die zween Winckel BCA vnd BDA, vnd derhalben ist der gantze Winckel BCD gleich den zweyen Winckeln ABD vnd BDA. Widerumb wie zuvor mit diesen zweyen Winckeln/ als ABD vnnd BDA in dem Triangel BAD, macht der Winckel DAB, als der dritte/ zween rechte Winckel/(32. Proposition 1. Buchs.) Derhalben auch mit dem gantzen Winckel BCD, der jhm vberecks gegen vber stehet/ welches zu demonstriren ware.

THEOREMA XXI.

Die XXIII. Proposition.

Zwey gleichförmige Stück oder Abschnidt eines Circkels/ doch vngleicher größ/ können nicht auff einer geraden Lini/ vnd auff einer seiten stehen.

DIese Proposition ist gar leicht zuverstehen/ denn in bey gesetzter Figur kan auff der Lini AB, kein anderer Abschnidt eines Circkels stehen/der grösser oder kleiner were auff die seiten E hinaußwartz/ als da ist AEB, vnnd doch diesem gleichförmig sey/oder gleiche Winckel habe/wie in ADB, vnnd ACB zusehen / bedarff keines weitern demonstrirens.



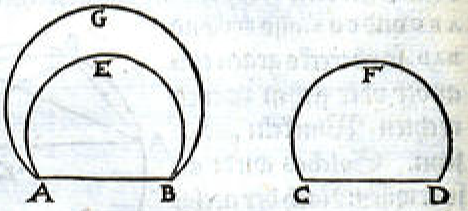
THEOREMA XXII.

Die XXIV. Proposition.

Gleiche oder gleichförmige Stück oder Abschnidt eines Circkels / so auff gleichen geraden Linien stehen / die sein auch in der größ einander gleich.

WAs gleiche oder gleichförmige Stück / oder Abschnidt eines Circkels seyn/ ist droben in der 10. Beschreibung gesaget worden.

Diese Proposition folget auß der nechst vorhergehenden / ist auch leicht zuverstehen / wenn man nur die Figur bey der 21. Proposition gesetzet recht betrachtet. Denn auch in beeden beygesetzten Figuren die Linien AB, CD einander gleich seyn / wie auch die darauff stehende Abschnidt deß Circkels / das ist AEB vnnd CFD, welche die Winckel EAB, FCD, vnnd EBA, FDC einander gleich haben/ vnd auch derhalben in der größ einander gleich seyn/ dahergegen AGB grösser / dieweil der Winckel GAB grösser / als EAB, welches alles dennn leicht zu verstehen/ wie gesaget.



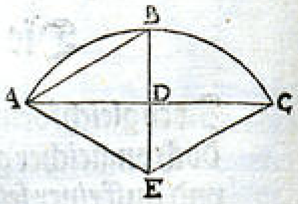
PROBLEMA III.

Die XXV. Proposition.

So ein Stück oder Abschnidt eines Circkels gegeben wirdt/ wie man den gantzen Circkel beschreiben oder erfüllen soll.

DIese Proposition hat auch drey Fäll (*Casus.*) Der erste/ wenn der gegebene Abschnidt kleiner ist als ein halber Circkel. Der ander/ wenn er ein halber Circkel ist. Der dritte/ wenn er grösser ist als ein halber Circkel / wie nun solches zu erkennen/ vnd der Proposition genug geschehe / wil ich ordentlich weisen.

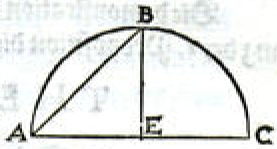
Das gegebene Stück oder Abschnidt sey ABC, man ziehe die Lini AC. von einem ende A biß zum andern C, solche werde durch eine Perpendicular/ die sey BDE, gleich zertheilet in D, man ziehe auch die Lini AB. Nun ist offenbar auß dem Anhang der 1. Proposition diß 3. Buchs/ daß der Perpendicular BDE durch das *Centrum* deß Circkels gehet / dessen ABC ein Stück oder Abschnidt ist. Wenn nun die Lini DB kürtzer ist / als die Lini DA, vnnd also der Winckel ABD grösser/ als der Winckel DAB, so ist der Abschnidt ABC kleiner als ein halber Circkel / wie allhier in diesem ersten Exempel zusehen. Das *Centrum* aber wirdt also gefunden / man mache den Winckel BAD, gleich dem Winckel ABD. durch Lehr der 23. Proposition deß 1. Buchs/ der sey BAE, wo nun die Lini AE, die Perpendicular durchschneidet / als in E, allda sag ich sey das *Centrum* deß Circkels/ dessen der Abschnidt ABC ist. Denn die zwo Linien EB vnd EA seyn einander gleich / weil die Winckel *ABE* vnnd *EAB* einander gleich seyn/ man ziehe die Lini *EC*, dieweil nun in den zweyen Triangeln *ADE* vnd *CDE*, die seiten *AD* gleich ist/ der seiten *EC* vnnd *DE* beeden gemein/ vnd die Winckel *ADE* vnnd *CDE* rechte Winckel seyn/ so folget/ daß auch die dritte seiten *EC*, der dritten seiten *EA* gleich sey. Weil nun auß dem Punct



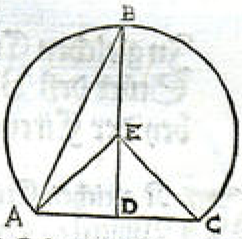
E drey

* drey Linien zu dem Vmbkreiß können gezogen werden/ als EA, EB, EC, die einander gleich seyn/ so folget/ daß solcher Punct deß Circkels oder Vmbkreiß *Centrum* sey/ vermög der 9. Proposition dieses 3. Buchs.

Also wenn der gegebene Abschnidt ein halber Circkel ist/ das ist/ wenn die halb zertheilte Lini AC, als AE gleich ist/ der Perpendicular EB, so ist schon genugsam erwiesen/ daß das Punct E, das *Centrum* sey/ sintemal die drey Lini/ als EA, EB vnd EC einander gleich seyn / wie auch die zween Winckel EBA, vnd EAB.



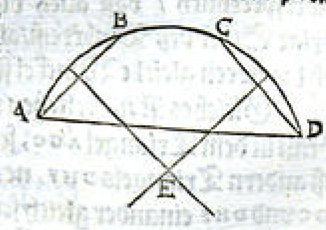
Gleicher weiß/ als zum dritten/ wenn der Abschnidt ABC grösser ist/ als ein halber Circkel/ das ist/ wenn der Winckel DAB grösser ist/ als der Winckel DBA, wie denn eines auß dem andern folget. Dieweil nun widerumb die Perpendicular BD durch daß *Centrum* deß Circkels ABC gehet / so mache man den Winckel BAD gleich dem Winckel DBA, der sey nun BAE, vnnd man ziehe die Lini AE. Ferners ziehe man auch die Lini EC.



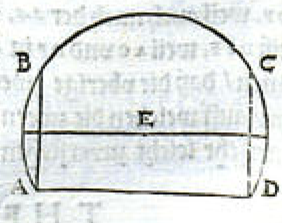
Nun auß gleichheit der beeden Winckel EBA, vnd EAB folget / daß auch die seiten EB, vnnd EA einander gleich seyn. Also in denn zweyen Triangeln EDA, vnd EDC, seyn die seiten ED, DA gleich denn seiten ED, DC, also die zween Winckel EDA, vnd EDC seyn einander gleich / als nemblich rechte Winckel / derhalben auch die dritte seiten EC. Ist also EC auch gleich der EB. Dieweil nun auß dem Punct E, drey Linien zum Vmbkreiß ABC gezogen/ einander gleich seyn/ so folget vnwidersprechlich/ daß das Punct E, das *Centrum* deß Abschnidts ABC sey/ vnd also vermittelst dessen der gantze Circkel kan außgefüllet werden.

Kurtzer Weg.

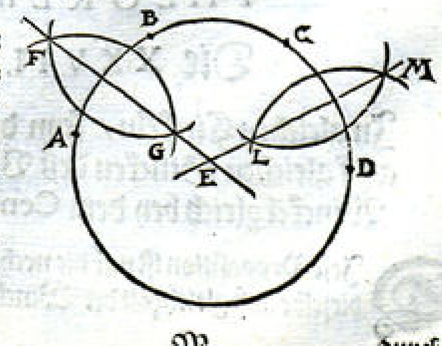
IN dem gegebenen Abschnidt oder Stück deß Circkels/ ziehe man nach gefallen zwo gerade Linien/ doch daß sie mit beeden enden den Vmbkreiß rüren / die sollen durch Perpendicular in zwey gleiche theil zertheilet werden/ wo nun solche Perpendicular einander durchschneiden / da ist das *Centrum* deß Circkels/ dessen das gegebene Stück ist/ wie in beygesetzter Figur zu ersehen. Es sey nun das gegeben Stück gleich ein halber Circkel oder kleiner oder grösser.



Wenn aber diese zwo gerade Linien einander Parallel seyn/ welches denn allein geschehen kan / wenn das gegebene Stück grösser ist/ als ein halber Circkel/ vnd die Perpendicular einander nicht durchschneiden/ sonder nur eine gerade Lini machen / so ist der Mittelpunct solcher Perpendicular deß Circkels *Centrum*, besihe beygesetzte Figur.



Auß dieser Proposition lernet man auch eines gegebenen Circkels *Centrum* zufinden / nemblich also / man nehme vier Punct im Vmbkreiß deß Circkels/ als A, B, C vñ D, hernach setze man deß Circkels Fueß in das A vnd mache einen Circkelriß FG, in gleicher weite deß Circkels / mache man auch ein Riß auß dem Punct B, also daß diese zween Riß in Puncten F, vnnd G sich



durchschneiden / gleiches geschehe auch bey den andern zween Puncten C vnd D, wo nun diese Riß einander durchschneiden / da ziehe man gerade Linien durch / als F G E vnd M L E, wo nun diese zwo Linien einander durchschneiden / da ist das *Centrum*, deß Circkels als in E. Davon auch droben bey der 1. Proposition / dahin diß sonderlich gehöret.

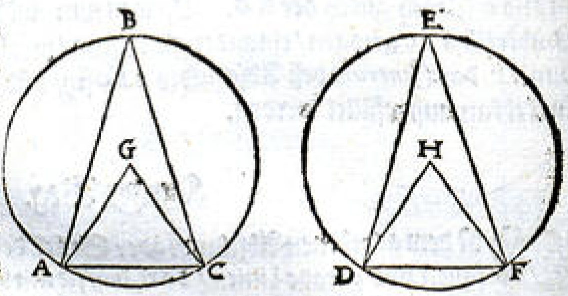
Die demonstration oder beweiß dieser kurtzen Weg / ist offenbar auß dem Anhang der 1. Proposition dieses 3. Buchs.

THEOREMA XXIII.

Die XXVI. Proposition.

In gleichen Circkeln / stehen gleiche Winckel auff gleichem Stück deß Vmbkreiß / sie stehen gleich bey dem Centro, oder bey der Circumferentz oder Vmbkreiß der Circkel.

IN gleichen Circkeln A B C, D E F, deren *Centra* seyn G, H, stehen die gleiche Winckel A B C, vnd D E F, bey dem Vmbkreiß / vnd denn die gleiche Winckel A G C vnd D H F bey dem *Centro* auff gleichem Stück deß Vmbkreiß / nemblich auff A C vnd D F.



Denn nach außweiß der 10. Beschreibung / ist der Vmbkreiß A B C bey welchem der Winckel A B C stehet / gleich dem Vmbkreiß D E F, bey welchem der gleich Winckel D E F stehet. Wenn man nun diese zween Vmbkreiß von der gantzen Circumferentz der Circkel nimbt / so folget auch vnwidersprechlich / daß auch die vbrige Stück deß Vmbkreiß / als A C vnd D F einander gleich seyn / auff welchen nemblich die zween gleiche Winckel stehen.

Gleiches ist zuverstehen von den zweyen gleichen Winckeln A G C vnnd D H F. Denn in dem Triangel A G C, seyn die zwo seiten A G, vnd G C gleich den zweyen seiten deß andern Triangels D H F, nemblich dem D H vnd H F, vnnd weil die zween Winckel A G C vnd D H F einander gleich seyn / so folget auch daß die Basis A C gleich sey der Basi D F, weil auch nach der 24. Proposition der Vmbkreiß A B C, gleich ist dem Vmbkreiß D E F, weil A C vnd D F in gleichen Circkeln einander gleich seyn / so ist leicht zuvernemen / daß die vberige zwey Stück deß Vmbkreiß, als A C vnd D F einander gleich seyn / auff welchen die zween gleiche Winckel bey dem *Centro* G vnd H stehen / welches denn sehr leicht zuverstehen ist.

THEOREMA XXIV.

Die XXVII. Proposition.

In gleichen Circkeln / seyn die Winckel einander gleich / so auff gleichen Stücken deß Vmbkreiß stehen / es stehen solche Winckel gleich bey dem Centro oder bey dem Vmbkreiß.

DIese Proposition ist nur die nechst vorhergehende vmbgekehret. Denn wie dieselbe auß gleichheit der Winckel / die gleichheit der Stück deß Vmbkreiß / darauff

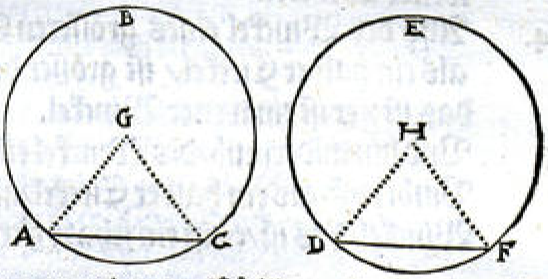
darauff sie stehen / demonstrirt hat. Also beweist diese auß gleichheit der Stück / die gleichheit der Winckel / bedarff keines weiten vnnöttigen demonstrirens.

THEOREMA XXV.

Die XXVIII. Proposition.

Gleiche Linien schneiden von gleichen Circkeln / auch gleiche theil deß Vmbkreiß ab / also daß das grösser theil eines / gleich ist dem grössern deß andern / vnnd das kleiner dem kleinern.

Diese Proposition ist auch auß den vorhergehenden / sehr leicht zuverstehen. Nemblich daß in gleichen Circkeln *A B C* vnnd *D E F*, die zwo gleiche Linien *A C* vnnd *D F* gleiche Stück / oder theil deß Vmbkreiß abschneiden / also daß das grösser theil *A B C* desselben Circkels / gleich ist dem grössern theil *D E F*, auch deß Circkels. Vnd das kleiner Stück deß Vmbkreiß / als *A C* dem kleinern / deß andern als *D F*. Bedarff keines demonstrirens / denn auß gleichheit der Triangeln *A G C*, vnd *D H F*, ist solches auß den vorhergehenden schon offenbar / wie gesaget.



THEOREMA XXVI.

Die XXIX. Proposition.

In gleichen Circkeln / werden gleichen Stücken deß Vmbkreiß / auch gleiche Linien vnterzogen.

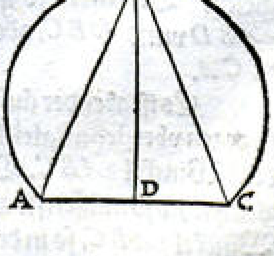
Diese ist die vorhergehende vmbgekehret / denn wie dieselbige auß gleichheit der Linien / in gleichen Circkeln / auch gleiche theil deß Vmbkreiß demonstriret / also diese auß gleichheit der Stück deß Vmbkreiß / beweist die gleichheit der Linien / so solchen Stücken vnterzogen werden / in gleichen Circkeln.

PROBLEMA IV.

Die XXX. Proposition.

Ein vorgegebenen Vmbkreiß oder Stück / der Circumferentz eines Circkels in zween gleiche Theil zertheilen.

Ist sehr leicht / vnd geschicht also / der gegeben Vmbkreiß ist *A B C*, die zwey äussersten theil / als *A* vnd *C*, hänge man durch eine Lini zusammen / die ist *A C*, solche werde in zwey gleiche theil zertheilet in *D*, vnnd die Perpendicular *D B* gezogen / wie in der *10*. Proposition deß *1*. Buchs ist gelehret worden. Soist der Vmbkreiß *A B C*, im Punct *B* in zwey gleiche theil zertheilet.



Denn weil in den beeden Triangeln *A D B* vnd *D C B* die seiten *A D* gleich ist / der seiten *D C* vnd *B D* beeden gemein / die zween Winckel *B D A* vnd *B C D*, als rechte Winckel auch einander gleich seyn / so folget / daß die dritte seiten / als *A B* vnd *B C* einander gleich seyn / derhalben auch der Vmbkreiß *A B*, sich vergleichen mit dem Vmbkreiß *B C*, vnd ist also der gantze Vmbkreiß *A B C* in zween gleiche theil zertheilet in *B*.

THEOREMA XXVII.

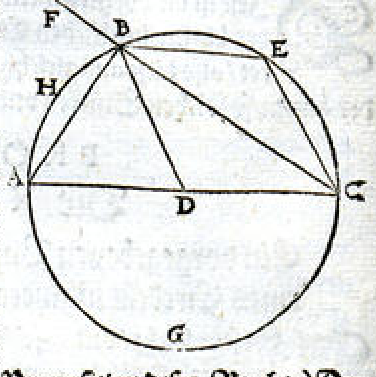
Die XXXI. Proposition.

1. In einem Circkel / ist der jenige ein rechter Winckel / welcher inn / oder bey dem halben Circkel stehet.
2. Welcher aber in einem grössern Stück deß Umbkreiß / als ein halber Circkel / stehet / der ist kleiner denn ein rechter / oder ist ein scharpffer Winckel.
3. Welcher in einem kleinern Stück / als ein halber Circkel stehet / der ist grösser denn ein rechter Winckel / das ist / es ist ein weiter Winckel.
4. Also der Winckel eines grössern Stücks deß Umbkreiß / als ein halber Circkel / ist grösser denn ein rechter Winckel / das ist / er ist ein weiter Winckel.
5. Und hin widerumb / der Winckel eines kleinern Stücks deß Umbkreiß / als ein halber Circkel / ist kleiner denn ein rechter Winckel / das ist / es ist ein scharpffer Winckel.

Der viert und fünffte theil dieser Proposition / redet nicht von rechtlinischen Winckeln / sondern von solchen Winckeln / die ein gerade Lini in einem Circkel mit dem Umbkreiß machet / deren auch droben zum anfang dieses dritten Buchs ist gedacht worden.

Diese Proposition ist sehr nützlich und notturfftig / darumb sol sie mit fleiß gelernet verstanden werden.

Erstlich von dem Winckel ABC, der in dem halben Umbkreiß deß Circkels stehet / das ist / dessen äussere theil / als A und C, den halben theil von dem gantzen Circkel abschneiden / denn ADC ist der Diameter / und theilet den Circkel in zween gleiche theil / welchen die zwo seiten BA und BC, deß Winckels ABC, im Puncten A und C berüren.



Nun sagt die Proposition / daß solcher Winckel ABC, ein rechter Winckel sey / das wirdt also erwisen: Man ziehe die Lini BD, nemblich auß dem Winckel B zu dem Centro D, und man erlängere CB biß in das F.

Nun in dem Triangel BDC, seyn die zwo seiten BD und DC einander gleich / dieweil sie auß dem Centro D, zu dem Umbkreiß gezogen seyn. (5. Proposition deß 1. Buchs.) Derhalben so ist auch der Winckel DBC, gleich dem Winckel DCB. Eben auß diesen Ursachen seyn im andern Triangel BDA, die Winckel ABD unnd DAB einander gleich. Derhalben so ist der gantze Winckel ABC, gleich den zweyen Winckeln ABD unnd DBC, oder / daß eben so viel ist / den zweyen Winckeln BAC unnd BCA.

Es ist aber der äussere Winckel FBA, diesen zweyen jnnern BAC und BCA, so gegen uberstehen / gleich / vermög der 32. Proposition deß 1. Buchs / derhalben auch dem Winckel ABC. Dieweil nun die zween Winckel FBA, und CBA einander gleich seyn / so müssen sie alle beede rechte Winckel seyn. Ist demnach erwiesen / daß der Winckel ABC, so in dem halben Umbkreiß stehet / ein rechter Winckel sey.

Nun ist auch zuerweisen / daß der Winckel BAC, welcher in einem grössern

Stück

Stück deß Vmbkreiß stehet / nemblichen in *B A G C*, denn der halbe Circkel *A G C* ist kleiner sey als ein rechter Winckel / diß geschicht nun also:

In dem Triangel *A B C*, vergleichen sich die drey Winckel *A, B, C*, zweyen rechten Winckeln. Derhalben ist leicht zu verstehen / daß nur die zween Winckel / als *A* vnd *B* kleiner seyn / als zween rechte / es ist aber zuvor erwisen worden / daß der Winckel *B* oder *A B C*, so jetzt im halben Circkel / vnd nicht in dem grössern Theil / darvon hie gehandelt wird / stehet / ein rechter Winckel ist / derhalben so folget vnwidersprechlich / daß der ander Winckel *A* oder *B A C* kleiner sey als ein rechter Winckel.

Zum dritten / daß der Winckel *B E C* in der vierseitigen Figur *A B E C*, der in dem kleinern Stück deß Vmbkreiß / als *B E C* stehet / grösser sey als ein rechter Winckel / das wird also erwisen.

Nach der 22. Proposition dieses 3. Buches / so vergleichen sich die zween Winckel / als *B A C* vnnd *B E C*, so vberecks gegen einander vber stehen / zweyen rechten Winckeln: Es ist aber jetzt erwisen worden / daß der Winckel *B A C* kleiner sey / als ein rechter Winckel / derhalben so muß der ander *B E C*, grösser seyn als ein rechter / welches denn sehr leicht zuverstehen.

Ferners / vnd zum vierdten / weil der rechte Winckel *A B C*, nur ein theil ist deß Winckels / so das grösser theil / der Circumferentz *B A G C*, mit der Lini *B C* machet / so folget auch / daß solcher grösser sey / als ein rechter Winckel.

Endlich vnd zum fünfften / weil der Winckel deß kleinern Stücks / deß Vmbkreiß *B H A*, den sie mit der Lini *B A* machet / nur ein Stück ist / deß rechten Winckels *F B A*, so ist auch leicht zu verstehen / daß er kleiner sey denn der rechte Winckel.

Anhang.

Auß dem ersten Theil dieser Proposition folget / daß / so in einem Triangel / ein Winckel gleich so groß ist als die andern zween / solcher ein rechter Winckel sey / dieweil der Winckel / so die eine erlängerte seiten / bey solchem Winckel / sich auch mit solchen zweyen gemeinen Winckeln vergleichet.

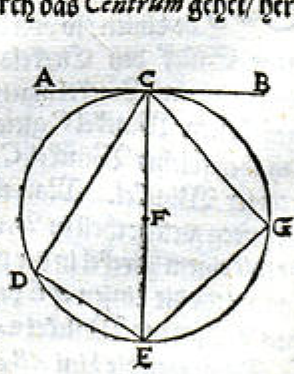
THEOREMA XXVIII.

Die XXXII. Proposition.

So eine gerade Lini / einen Circkel berüret / vnnd von dem Punct der berürung eine Lini durch den Circkel gezogen wirdt / so seyn die Winckel / welche diese Lini mit der anrürenden machet / gleich den Winckeln / so auff der andern seiten in deß Circkels Stücken stehen.

Diese Proposition hat zween *Casus* (Fäll.) Erstlich wenn solche Lini / so von dem Punct der berürung gezogen wirdt / durch das *Centrum* gehet / hernach wenn sie nicht durch das *Centrum* gehet.

1. Es berüre den Circkel *CDEG*, die gerade Lini *AB*, im Punct *C*, von diesem Punct *C*, ziehe man die Lini *CE*, die durch das *Centrum F* gehe.

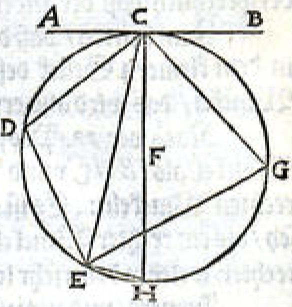


Man setze auch zween Winckel auff jedes Stück deß Circkel einen / als da seyn *C D E* vnd *C G E*. Nun saget die Proposition / daß die Winckel *A C E* vnnd *B C E*, sich vergleichen mit den Winckeln / so auff den andern seiten / ein jeder dem jenigen / so gegen vber stehet. Als der Winckel *ACE*, dē Winckel *CGE* vñ der Winckel *BCE* dem Winckel *CDE*. Welches in dieser ersten Figur gar leicht zu erweisen. Deñ weil die Lini *CE* durch das *Centrū F* gehet / so ist sie der anrürenden Perpendicular /

 pendicular /

pendicular / vnnd machet derhalben zween rechte Winckel mit jhr. Gleicher weiß weil die zween Winckel CGE, vnd CDE im halben Vmbkreiß deß Circkels stehen / so seyn sie auch rechte Winckel / dieweil nun alle rechte Winckel einander gleich seyn / so folget auch daß der Winckel ACE, gleich sey dem Winckel CGE, vnd BCE dem CDE.

2. Es gehe die Lini CE, nicht durch das *Centrum* F, sondern theil den Circkel in zween vngleiche Theil / als CDE vnd CGE / man mache wider zween Winckel / wie zuvor geschehen / die seyn CDE vnd CGE. Nun muß erwisen werden / daß der Winckel ACE, sich vergleiche mit dem Winckel CGE, vnnd BCE mit CDE, das geschicht nun also: Man ziehe den Diameter CFH, vnnd hänge EH, durch eine gerade Lini zusammen.



Dieweil nun die Lini CH, der Lini AB Perpendicular ist / so seyn die zween Winckel ACH vnd BCH rechte Winckel / wie zuvor. Also weil der Winckel CEH im halben Vmbkreiß stehet / so ist er auch ein rechter Winckel / vnd derhalben vergleichen sich die zween scharpffe Winckel ECH, vnd CHE zusammen einem rechten Winckeln. So man nun den gemeinen Winckel ECH, von zweyen rechten nimmet / so folget / daß die vbrigen zween Winckel / als ACE vnnd CHE einander gleich seyn. Nun ist aber der Winckel CGE, gleich dem Winckel CHE, (vermög der 21. Proposition / diß 3. Buches.) Darumb auch dem Winckel ACE, welchen nemblich die Lini CE, mit den anrürenden machet / welches war zuerweisen.

Ferners / daß der ander Winckel BCE, gleich sey dem Winckel CDE, das wirdt also er wisen:

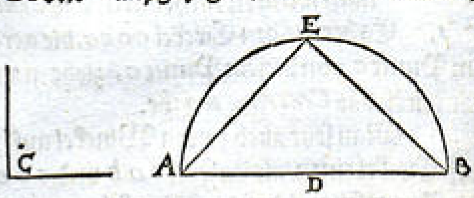
In der viereckichten Figur CGED, vergleichen sich die zween Winckel / so vbereck gegen einander vber stehen / als CGE, vnnd CDE zweyen rechten Winckeln / gleich wie auch die zween Winckel ACE vnnd BCE, welche die Lini CE, mit der anrürenden machet / weil aber jetzt ist erwisen worden / daß der Winckel CGE, sey gleich dem Winckel ACE, so folget / daß der vberige Winckel CDE, müsse gleich seyn dem vberigen Winckel BCE.

PROBLEMA V.

Die XXXIII. Proposition.

Auff eine vorgebene gerade Lini / ein Stück eines Circkels beschrieben / in welchem Stuck ein Winckel stehe / der einem gegebenen rechtlinischen Winckel gleich sey.

Die gegebene Lini sey AB, der rechtlinisch Winckel / aber C. Nun sol man auff diese Lini AB ein Stück eines Circkels beschreiben / daß die zwo gerade Linien / so von dem Puncten A vnd B außgezogen / mit dem Vmbkreiß oder Stück deß Circkels zusammen stossen / einen Winckel machen / der dem gegebenen Winckel C gleich sey. Es sey aber solcher Winckel C, erstlich ein rechter Winckel. Man theil die Lini in zween gleiche theil in D, vnd beschreibe mit einem Zirckel in der weite DA, oder DB ein Stück eines Circkels / das sey AEB, man ziehe die Linien AE vnnd BE. Jetzt sag ich / sey der Proposition genug geschehen / vnd sey der Winckel AEB, gleich dem rechten Winckel C.

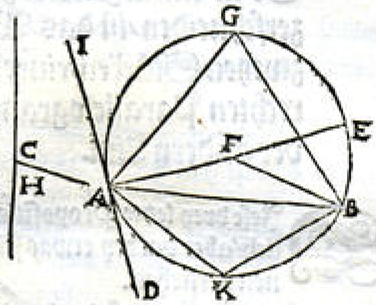


Denn weil die Lini AB gleich abgetheilt ist in D, vnd auß solchem *Centro* das stück deß Circkels ABE beschriebē ist / so ist offenbar / daß solches stück ein halber Circkel sey /

die-

dieweil auch der Winckel AEB in solchem halben Circkel stehet/ so folget auß der 31. Proposition dieses 3. Buches/ daß ein rechter Winckel sey/ vnd derhalben dem gegebenen rechten Winckel gleich.

Zum andern/wenn der gegebene Winckel H. ein scharpffer Winckel ist/ so geschicht der Proposition also genug. Man mache denn Winckel DAB, gleich dem scharpffen Winckel H, vnd man ziehe die Perpendicular AE, der Lini ID, endlich mache man den Winckel FBA, gleich dem Winckel FAB, man ziehe auch die zwo Linien AG vnd BG, so im G zusammen stossen/ vñ ein Winckel machen/ der dem gegebenẽ scharpffen Winckel H, gleich ist oder seyn soll/ vnd solches darumb/ dieweil dieser Winckel AGB sich vergleichet mit dem Winckel DAB, wie in der nechst vorhergehenden Proposition ist erwisen worden/ dieser Winckel DAB aber dem Winckel H gleich ist/ so folget daß auch der Winckel AGB, auff der gegebenen Lini AB, vnnd in dem Stück deß Vmbkreiß AGB dem Winckel H gleich sey.



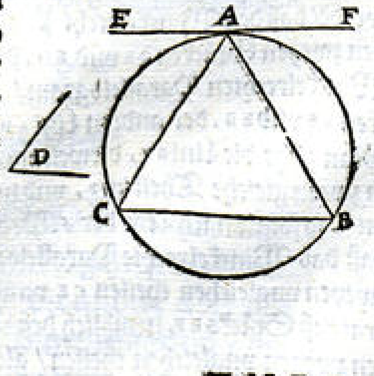
Zum dritten/ wenn der gegebene Winckel als C, ein weiter Winckel ist/ so mache man den Winckel IAB solchem gleich/ man ziehe auch die Perpendicular AE, der Lini ID, vnd man procedir durchauß/ wie zuvor/ allein daß auff das ander Stück deß Circkels als AKB, ein Winckel gesetzt werde/ welchen denn die zwo Linien AK, vnd BK beschliesen. So wirdt wider auß vorhergehender Proposition genugsam erscheinen/ daß solcher Winckel AKB, dem Winckel IAB gleich sey. Vnnd weil der Winckel IAB, dem gegebenen weiten Winckel C sich vergleichet/ so folget/ daß auch die zween Winckel C, vnnd AKB einander gleich seyn/ vnnd ist also der Proposition nach notturfft genug geschehen.

PROBLEMA VI.

Die XXXIV. Proposition.

Von einem gegebenen Circkel ein Stück abschneiden/ in welchem Stück ein Winckel stehe/ der einem gegebenen rechtlinischen Winckel gleich sey.

DEr gegebne Circkel sey ABC, vnd der rechtlinische Winckel D. Man ziehe die Lini EF, daß sie den Circkel in dem Punct A berüre. Ferners mache man den Winckel FAB, dem gegebenen Winckel D gleich/ vnd ziehe die zwo Linien AC vnnd BC, nun ist offenbar auß der 32. Proposition dieses/ daß der Winckel ACB dem Winckel FAB gleich ist/ derhalben auch dem gegebenen Winckel D. Ist also von dem Circkel ABC ein Stück/ nemblich ACB abgeschniedten/ in welchem der Winckel ACB stehet/ der sich mit dem gegebenen Winckel D vergleichet.



THEOREMA XXIX.

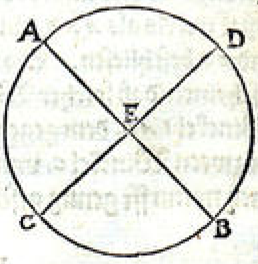
Die XXXV. Proposition

So in einem Circkel zwo gerade Lini einander durch oder zerschneiden/ist das Winckelrecht Parallelogram/von den zweyen Stücken einer Lini gemacht/ gleich dem Winckelrechten Parallelogram/gemacht von den zweyen Stücken der andern Lini.

DJese drey letzte Propositiones/dieses dritten Buchs/seyn sehr künstlich/nützlich/aber darbey etwas schwer/derhalben soll man sie recht vnd mit fleiß lernen verstehen.

Zu dieser Proposition/werden erfordert die 47. Proposition deß ersten/ die 5. Proposition deß andern/vnnd die dritte Proposition dieses dritten Buchs/ welche man in frischer Gedächtnuß soll haben.

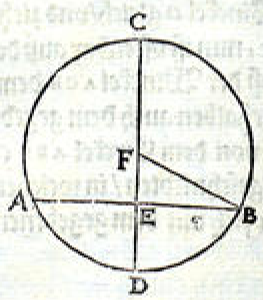
In dem Circkel ACDB zerschneiden sich die zwo gerade Linien AB, vnd CD im Punct E. Nun saget die Proposition/ daß das Winckelrecht Parallelogram gemacht von den zweyen Stücken AE, vnnd EB der Lini AB gleich sey/dem Winckelrechten Parallelogram/gemacht von den zweyen Stücken CE vnnd ED der andern Lini CD.



Diese Proposition hat auch 3. *Casus* oder Fäll. Der erste ist/wenn die zwo Linien durch das *Centrum* gehen/vnd sich also in dem *Centro* durchschneiden. Der ander ist/ wenn nur eine durch das *Centrum* gehet. Der dritte/wenn gar keine durch das *Centrum* gehet. Diese drey *Casus* oder Fäll sollen ordentlich also erwisen werden. Was ein Winckelrecht Parallelogram sey/vnd wie solches zu machen/ist droben auß dem andern Buch leicht zuversiehen.

Zum ersten/ wenn die zwo Linien durch das *Centrum* gehen/so bedarff keines weitern demonstrirens/denn in dem *Centro* zertheilen sie sich in vier gleiche Stück/ derhalben so werden auch die Winckelrechte Parallelogram einander gleich seyn/ besihe die vorige Figur.

Zum andern/wenn die eine Lini durch das *Centrum* gehet/vnd die andern nit/ so zertheilet die jenige/so durch das *Centrum*, die andern/entweder in zwey gleiche theil/vnnd machet rechte Winckel mit jr oder aber in zween vngleiche theil. Sie zertheil solche erstlich in zween gleiche theil/zum Exempel die Lini CD, gehe durch das *Cētrum* F, zerschneiden die andern Lini AB, in zween gleiche theil im E. Nun muß erwisen werdē/ daß das Winckelrecht Parallelogram gemacht/von den zweyen Stücken CE vnd ED, der Lini CD gleich sey dem Winckelrechten Parallelogram/ gemacht von den Stücken AE vnd EB, der andern Lini AB, diß geschicht nun also: Man ziehe die Lini BF, dieweil nun die Lini CD zertheilt ist in zween gleiche Theil im F, vnd in zween vngleiche Theil im E, so folget nach Lehr der 5. Proposition deß 2. Buchs/ daß das Winckelrechte Parallelogram/gemachet von den zweyen vngleichen theilen CE vnnd DE, sampt dem Quadrat deß Stücks EF, nemblich deß Vnterscheidts/ zwischen den zweyen vngleichen theilen/ gleich sey dem Quadrat der halben Lini CF, oder FB, denn CF vnd FB seyn einander gleich. Nun ist aber das Quadrat der Lini FB gleich den zweyen Quadraten gemacht von FE vnnd EB, denn der Winckel FEB, ein rechter

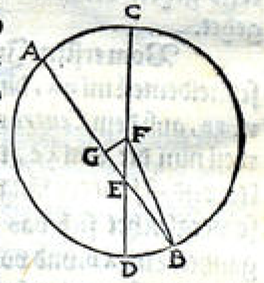


Winckel

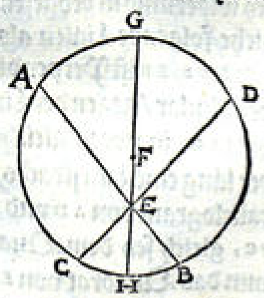
Winckel ist/ so man nun das gemeine Quadrat FE davon nimbt/ so folget/ daß das Quadrat gemachet von EB, oder viel mehr das Winckelrechte Parallelogram gemacht von EB vnnd EA, welches denn allhier ein Quadrat ist/ dieweil die zween theil AE vnnd EB einander gleich seyn/ dem Winckelrechten Parallelogram gleich sey/ welches von den vngleichen theilen CE vnnd ED gemachet ist worden. Die demonstratio ist so gar schwer nicht/ wo recht achtung darauff geben wärdt.

Ferners zertheilet oder zerschneidet die Lini CD, die andern AB, nicht in zween gleiche theil/ so theil man die Lini AB in zween gleich theil/ im Punct G, vnd man ziehe die Lini FG, Item die Lini FB auß dem *Centro* F,

Dieweil nun widerumb das Winckelrecht Parallelogram/ gemacht von den vngleichen theilen CE vnd ED, sampt dem Quadrae der Lini FE, gleich ist dem Quadrat der halben Lini FD oder FB: die zwey Quadrat aber der Linien FG vnd GE, dem Quadrat der Lini FE gleich seyn/ vnnd das Quadrat von FB den zweyen Quadraten von FG, vnd GB gleich ist. So wirdt auch das Winckelrecht Parallelogram/ gemacht von CE vnnd ED mit den zweyen Quadraten/ von FG vnd GE gleich seyn den Quadraten von FG vnd GB. So man nun das gemeine Quadrat FG davon thut/ so bleibt das Winckelrecht Parallelogram vom CE vnnd ED, sampt dem Quadrat GE, gleich dem Quadrat von GB. Nun ist aber das Winckelrecht Parallelogram von AE vnnd EB, sampt dem Quadrat von GE, gleich dem Quadrat von GB, derhalben vnd beschließlichen ist das Winckelrecht Parallelogram/ von CE vnnd ED, sampt dem Quadrat von GE, gleich dem Winckelrechten Parallelogram/ von AE vnd EB, sampt dem Quadrat von GE, Thue man nun das gemeine Quadrat GE von beeden/ so bleiben die vberigen Parallelogram/ von CE vnnd ED, vnd von AE, EB einander gleich/ welches denn zu erweisen war.



Zum dritten/ gehe dieser beeden Linien keine durch das *Centrum*, wie in beygesetzter Figur zusehen. So ziehe man eine Lini durch das *Centrum*, vnd durch den Punct/ in welchem die zwo Linien einander durchschneiden/ die sey GH. Weil nun jetzt in dem andern *Casu* oder Fall/ ist erwisen worden/ daß das Parallelogram von AE, vnd EB gleich sey dem Winckelrechten Parallelogram/ von GE vnd EH, es werde gleich AB in gleiche oder aber vngleiche theil zertheilet. Ebener massen/ daß das Winckelrecht Parallelogram/ von DE vnd EC dem Winckelrechten Parallelogram/ von GE vnd EH gleich sey/ vnd also beede Winckelrechte Parallelogram/ als von DE vnd EC, der Lini DC, dem dritten Winckelrechten Parallelogram von GE vnd EH gleich seyn/ so folget vnwidersprechlich/ daß sie selbsten einander gleich seyn müssen. Ist also diese Proposition nach notturfft erwisen.



THEOREMA XXX.

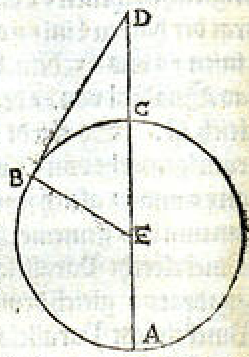
Die XXXVI. Proposition.

So ausserhalb eines Circkels ein Punct wirdt genommen/ vnd von solchem zwo Linien zu dem Circkel gezogẽ werden/ deren eine den Circkel durchschneidet/ die andere aber jhn nur berüret/ so ist das Winckelrecht Parallelogram/ gemacht von der gantzen durchschneidenten Lini/ vnnd dem theil derselben/ vom Punct außwendig biß zu dem gebog-

nen Vmbkreiß/ gleich dem Quadrat so von der anrürenden Lini gemacht wirdt.

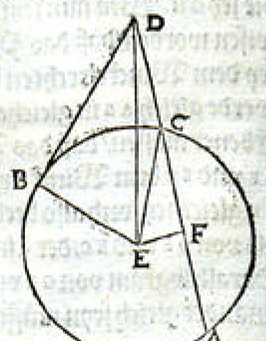
VOn dem Punct D, ausserhalb deß Circkels ABC, ziehe man zwo Lini/ als DA, die den Circkel zerschneidet im C, vñ den DB, die den Circkel im B berüre. Nun saget die Proposition/ daß das Parallelogram so gemacht wirdt/ von der gantzen durchschneideten Lini DA, vnnd von dem theil DC, zwischen dem Punct D, vnnd dem Vmbkreiß C, gleich sey dem *Quadrat*/ so von der anrürenden Lini DB gemacht wirdt.

Zur Demonstration dieser Proposition/ wirdt sonderlich die 6. Proposition deß 2. Buchs erfordert. Es hat diese Proposition zween *Casus* oder Fäll/ der erste/ wenn die durchschneidente Lini/ durch das *Centrum* deß Circkels gehet/ der ander/ wenn sie nicht durch das *Centrum* gehet.



Vom ersten: Jn beygesetzter Figur/ gehet die durchschneidente Lini DA, durch das *Centrum* E, man ziehe die Lini EB, auß dem *Centro* E, zum Punct deß anrürens B. Dieweil nun die Lini AC, in E, in zween gleiche theil ist zertheilet/ vnd ist jr in der läng noch ein Stück gestracks zugesetzet/ so vergleichet sich das Parallelogram/ gemachet von der gantzen Lini AD, vnd von dem zugesetzten theil DC, sampt dem *Quadrat* so von der halben Lini EC, oder EB, dem *Quadrat*/ so von der halben Lini EC, vñ von dem zusatz CD, als von einer Lini gemacht wirdt. Es ist aber das *Quadrat* von ED, gleich den zweyen Quadraten von EB vnnd BD, Denn der Winckel B ist ein rechter Winckel/ so man nun das gemeine *Quadrat* von BE oder EC gemachet/ von beeden nimmet/ so bleiben die vberigen einander gleich/ als nemblich das Parallelogram von den Linien AD vnnd CD, vnnd denn das *Quadrat*/ gemachet von der anrürenden Lini BD, wie die Proposition vorgeben hat.

Zum andern/ es gehe die durchschneidente Lini nicht durch das *Centrum*, vnd sey widerumb in beygesetzter Figur DA, man theile AC in zween gleiche theil in F, vnnd ziehe folgende Linien als EF, EB, ED vnnd EC, alle auß dem *Centro* E, EB ist Perpendicular/ gegen der BD, vnnd EF Perpendicular/ gegen der Lini AC. Dieweil nun widerumb die Lini AC, in zween gleiche theil zertheilet ist in F, vnnd jhr in der läng eine Lini stracks zugesetzet ist/ so folget/ daß das Parallelogram von AD vnd DC gemachet/ sampt dem Quadrat FC, gleich sey dem Quadrat von FD, gemacht. So man nun das Quadrat von EF darzu thut/ so wirdt sich das Parallelogram von DA, DC, mit den zweyen *Quadraten* FC vnd FE, vergleichen mit den *Quadraten* von DF vnnd EF gemachet/ den zweyen *Quadraten* aber von CF, FE ist gleich das Quadrat von EC oder EB.



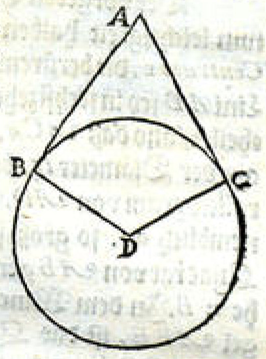
Vnd ferners/ den Quadraten von DF, FE ist gleich das Quadrat von DE. Derhalben ist auch das Parallelogram von DA, DC, mit dem *Quadrat* von EB, gleich dem *Quadrat* von DE. Dieweil nun diß *Quadrat* von DE, gleich ist den zweyen Quadraten von DB vnnd BE, vnnd diß gemeine *Quadrat*/ als BE davon kommet/ so bleibt das *Quadrat* von DB, gleich dem Parallelogram/ gemacht von DA, DC. Welches denn vmbständlich zu erweisen war.

Anhang.

Auß dieser Proposition ist offenbar/ so von einem Puncten ausserhalb eines Circkels viel durchschneidente Lini in den Circkel gezogen werden/ daß die Win-

ckelrechte

ckelrechte Parallelogram/ so von jedweder zerschneidenter vnnd jhrem äusseren theil/ biß zu dem Punct begriffen/ oder gemachet werden/ alle einander gleich seyn/ dieweil sie alle einem Quadrat/ der berürenden Lini gleich seyn. Item/ daß wenn zwo berürende Linien von einem Punct gezogen werden/ daß dieselben einander gleich seyn. Item/ daß nicht mehr als zwo Linien/ von einem Punct können gezogen werden/ die den Circkel berüren.



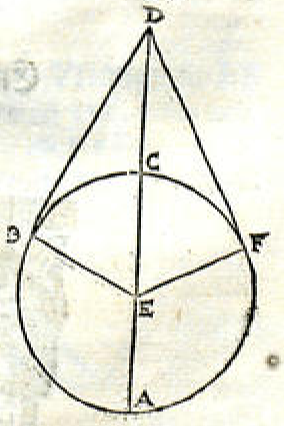
Endtlichen/ wenn zwo gleiche Linien von dem Punct/ zu dem Vmbkreiß gezogen werden/ vnnd eine derselbigen den Circkel berüret/ daß auch die ander solchen berüre müssen.

THEOREMA XXXI.

Die XXXVII. Proposition.

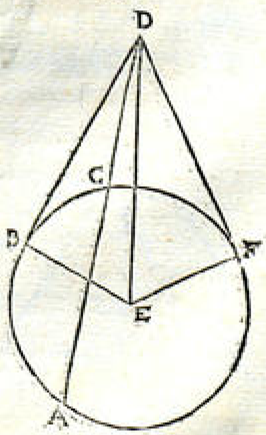
So ausserhalb eines Circkels wirdt genommen/ vnd von solchem zwo Linien gezogen werden/ deren eine den Circkel zerschneidet/ die andere aber jhn von aussen antrifft/ vnnd das Quadrat dieser antreffenten/ gleich ist dem Winckelrechten Parallelogram/ von der gantzen zerschneidenten/ vnnd dem außwendigen Theil derselben/ zwischen dem Punct vnnd dem gebognen Vmbkreiß begrieffen/ so wirdt diese antreffende Lini berüren.

Diese Proposition ist nur die vorige vmbgekehret. Von dem Punct D, ausserhalb deß Circkels ABCF, werden zwo Linien gezogen/ DA, die den Circkel zerschneidet/ vnnd DB, die den Circkel von aussen im Punct B antrifft. Es sey auch das Parallelogram von DA, vnd DC gleich dem *Quadrat* von DB. Derhalben berüret solche Lini DB, den Circkel im Punct B.



Man ziehe auff die andere seiten DF, die den Circkel berüre im Punct F, man ziehe auch die zwo Linien EF, vnnd EB auß dem *Centro* E, vnnd so die durchschneidente Lini DA, nicht durch das *Centrum* gehet/ wie in der andern Figur/ so ziehe man auch die Lini DE.

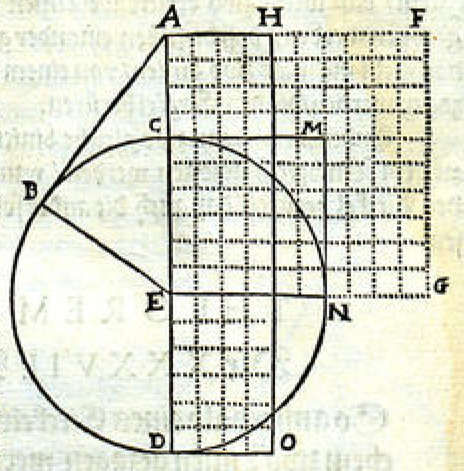
Dieweil nun das Parallelogram/ von DA vnnd DC gleich ist/ dem *Quadrat* von DF, vnd eben solchem Parallelogram auch/ das Quadrat von DB gleich ist/ auß vorgab der Proposition/ vnnd also die zwey *Quadrat* von DF, vnnd DB einander gleich seyn/ so folget auch/ daß die Lini DF vnnd DB einander gleich seyn.



Derhalben/ weil die seiten DF, FE, deß Triangels DFE gleich seyn/ den seiten DB, BE, vnnd die Basis DE beeden gemein ist/ so wirdt auch der Winckel DFE, gleich seyn dem Winckel DBE, dieweil DF den Circkel berüret/ derhalben ist auch DBE ein rechter Winckel/ vnd wirdt auch nohtwendig DB den Circkel im Punct B berüren. Welches zu erweisen war.

Daß nun diese Proposition noch leichter verstanden werde/ so besehe man bey gesetzte Figur.

Der vorgeben Circkel ist CBD, der Punct A, die durchschneidente Lini AD, die nun leichtigkeit halben gehe durch das *Centrum* E, die berürende Lini *AB*. Die Lini *AD* sey in sechtzehen gleiche theil zertheilet/ also daß *AC* 4. solcher/ vnd *CD*, als der Diameter 12. begreiffe/ das Parallelogram von *AD*, *AC* ist *AHOD*, nemblich 64. so groß soll auch seyn das Quadrat von *AB* gemacht. Man ziehe *EB*. In dem Winckelrechten Triangel *ABE*, ist das Quadrat von *AE*, als *AFGE* 100. gleich den zweyen Quadraten von *EB*, vnd *BA* samptlich/ *EB* begreifft 6 solcher theil/ denn *EB* vnd *EC* seyn einander gleich/ das Quadrat davon ist *CMNE* 36. von 100. subtrahirt/ bleibt das Quadrat der berürenden Lini *AB* 64. dessen Wurtzel ist 8. so lang ist solche Lini/ wie die außtheilung außweiset: so groß ist auch das Parallelogram von *AD*, *AC* gemacht.



Dergleichen Figur kan gemacht werden/ wenn *AD* gleich nicht durch das *Centrum* gehet/ denn was *CD* innerhalb deß Circkels kürtzer wirdt/ das wirdt *AC*, ausserhalb deß Circkels desto länger/ doch nicht in gleicher Proportion deß ab: vnnd zunemens.

Ende deß dritten Buchs Euclidis.

Das 4. Buch
EVCLIDIS.

Die Beschreibungen (definitiones.)

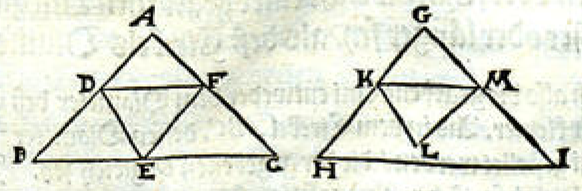
1.

Eine rechtlinische Figur/ ist einer andern rechtlinischen Figur recht eingeschrieben/ wenn jeder Winckel der innern/ jede seite der äussern berüret.

2.

Gleicher weiß eine rechtlinische Figur/ ist vmb ein andere rechtlinische recht beschrieben/ wenn jede seite der äusseren/ jeden Winckel deß innern berüret.

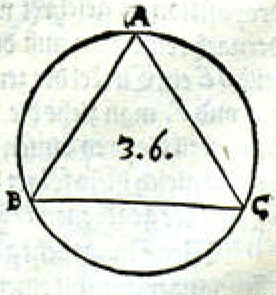
ALs in beygesetzter Figur A B C, ist der Triangel D E F recht eingeschrieben/ dieweil die drey Winckel *D, E, F*, der rechtlinischen Figur/ die drey seiten der eussern/ als *AB, BC, CA*, in Puncten *D, E, F* berüren. Welches in der andern Figur



nicht geschicht/ denn der Winckel *L*, der eingeschriebenen Figur *KLM*, rüret die dritte seiten *HI* nicht an/ ist derhalben solche nicht recht geometrisch der äussern Figur eingeschrieben.

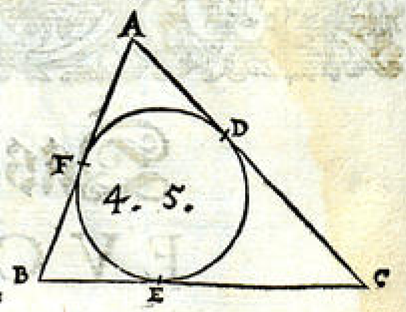
3.

Eine rechtlinische Figur/ wirdt einem Circkel recht ein geschrieben/ wenn alle Winckel solcher Figur den holen Vmbkreiß deß Circkels berüren.



4.

Also wirdt eine rechtlinische Figur / vmb einen Circkel recht beschrieben / wenn alle seiten solcher Figur den Circkel berüren.



5.

Gleicher weiß / wirdt auch ein Circkel / in eine rechtlinische Figur recht eingeschrieben / wenn solcher mit seinem Vmbkreiß / alle vnd jede seiten solcher Figur berüret.

6.

Ein Circkel wirdt vmb eine rechtlinische Figur recht beschrieben / wenn er mit dem Vmbkreiß / alle vnnd jede Winckel solcher Figur berüret.

7.

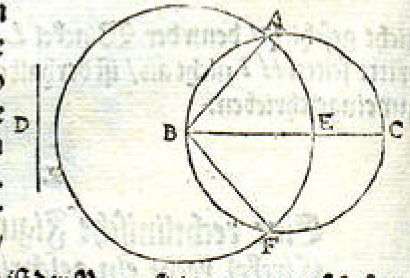
Eine gerade oder rechte Lini / wirdt in einem Circkel gestellet / wenn solcher beede Ort / oder Ende den Vmbkreiß berüren.

NOTA. In diesem vierten Buch *Euclidis*, seyn lauter *Problemata*, vnd kein einigs *Theorema*, derhalben in diesem Buch lauter Lehren seyn / wie man mancherley Figur beschreiben soll.

Die erste Proposition.

In einem fürgegebenen Circkel / eine gerade oder rechte Lini / stellen oder setzne / welche einer gegebenen Lini gleich / aber nit grösser oder länger sey / als deß Circkels Diameter ist.

Muß also die gegebene Lini entweder dem Diameter deß Circkels gleich seyn / oder kleiner. Als in dem Circkel *ABC*, dessen Diameter *BC* soll eine gerade Lini gestellet werden / die der gegebenen *D* gleich sey. Ist nun solche dem Diametro gleich / so ist der Proposition schon genug geschehen / denn der Diameter die längste Lini in einem Circkel ist. Ist sie aber kürtzer / so schneide man von dem Diameter *BC* jhr eine gleiche ab / wie in dem ersten Buch in der dritten Proposition ist gelehret worden / die sey *BE*. Hernach reisse man auß dem *Centro B*, in der weite *BE* ein Circkel der zerschneide den andern / in *A* vnd *F*, man ziehe die Lini *BA*, oder *BF*, so ist der Proposition genug geschehen. Denn weil die drey Linien *BA*, *BE* vnd *BF* einander gleich seyn / vnnd *BE* der gegebenen *D* gleich ist / so folget daß auch die Lini *BA*, oder *BF* so in dem Circkel *ABC* gestellet ist / der gegebenen *D* gleich sey.

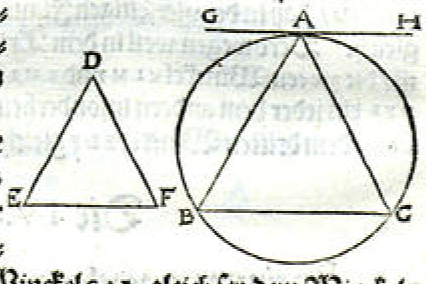


Wenn man nicht gern will / so darff man zum andern mal kein gantzen Circkel reissen / sonder nur mit einem Circkel / die weite *BE* nemen / vnd denn einen Fuß vnbeweglich in dem B halten / mit dem andern aber / ein Pünctlein in dem Vmbkreiß machen / so ist es gleich so viel. Ist alles sehr leicht zu verstehen.

Die II. Proposition.

In einem vorgebenen Circkel / ein Triangel beschreiben / dessen drey Winckel / sich mit den dreyen Winckeln / eines gegebenen Triangels vergleichen.

Verstehe günstiger Leser / ein jeder Winckel eines / sol einem jedwedern Winckel deß andern gleich seyn. Als in dem vorgebenen Circkel ABC, sol man einen Triangel machen / dessen drey Winckel / den dreyen Winckeln / deß gegebenē Triangels DEF, gleich sey / ein jeder dem andern insonderheit.



Man ziehe eine den Circkel berürende Lini / die sey GH, von dem Punct deß anrürens A, ziehe man eine gerade Lini AC, also daß der Winckel HAC dem Winckel E gleich sey. Gleicher weiß ziehe man die Lini AB, also daß der Winckel GAB, gleich sey dem Winckel F. Endlichen so ziehe man die dritte seiten BC, so ist der Proposition genug geschehen.

Demonstration.

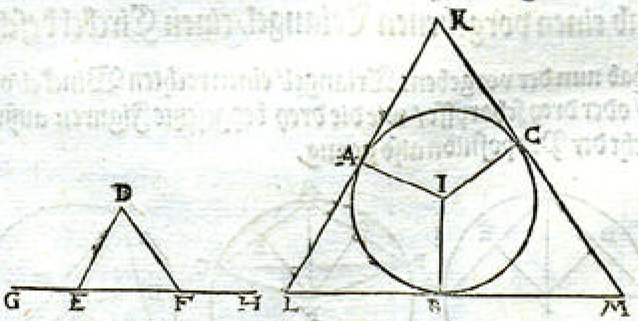
Denn weil nach der 32. Proposition deß dritten Buchs / der Winckel ABC, gleich ist dem Winckel HAC, vnd HAC gleich ist gestellet worden dem Winckel E, so muß auch der Winckel ABC, gleich seyn dem Winckel E oder DEF.

Eben also / weil der Winckel ACB, gleich ist dem Winckel GAB, nach der 32. Proposition deß 3. Buchs / vnd GAB, aber dem Winckel F ist gleich gestellet worden / so wirdt auch der Winckel ACB, dem Winckel F oder DFE gleich seyn. Weil aber in den zweyen Triangeln DEF vnd ABC, der Winckel E, gleich ist dem Winckel B, vnnd der Winckel F, dem Winckel C, so wirdt auch der dritte Winckel D, dem dritten Winckel A, gleich seyn / durch Anleitung der 32. Proposition deß 1. Buchs.

Die III. Proposition.

Vmb einen vorgebenen Circkel / ein Triangel beschreiben / dessen Dreyeck oder Winckel insonderheit gleich seyen / den dreyen Winckeln eines gegebenen Triangels.

Vmb den Circkel ABC, sol man ein Triangel beschreiben / dessen drey Winckel insonderheit gleich seyn den dreyē Winckeln / deß Triangels DEF, diß geschicht nun also: Die eine seiten deß Triangels / als EF erlängere man an beeden orten / biß in das H vnd G.



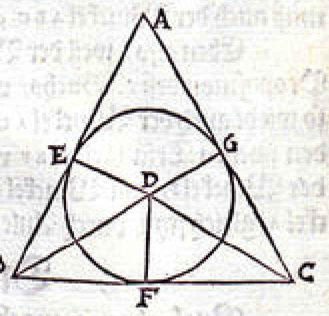
Hernach ziehe man nach gefallens auß dem *Centro I*, die Lini IA, vnd man mache den Winckel AIB, gleich dem Winckel DFG. Vñ den Winckel BIC, dem Winckel DEH, weiters ziehe man den dreyen Linien IA, IB, IC, drey Perpendicular / die seyen KL, LM, MK, die den Circkel berüren in Puncten A, B, C, vnd werden in K, L, M zusammen

zusammen stossen / dieweil dieser dreyer Linien / keine der andern Parallel ist / wie auß den Winckeln AIC, &c. Leicht zuverstehen / vnnd ohne noht ist / viel weitläufftigkeit allhier zugebrauchen. Wenn nur jetzund demonstrirt wirdt / daß der Winckel K, dem Winckel D, L dem E, vnd M dem F gleich sey / das geschicht also: In der vierseitigen Figur AIBL, vergleichen sich die vier Winckel A, I, B, L, vier rechten Winckeln. Nun seyn aber die zween Winckel IAL, vnd IBL rechte Winckel / derhalben so müssen die vbrigen zween Winckel / als AIB vnnd BLA, sämptlich zweyen rechten Winckeln sich vergleichen. Wie auch die zween Winckel DEG, vnd DEF sämptlich: Es ist aber auß der *Structur* der Winckel AIB, gleich dem Winckel DEG, derhalben so wirdt auch der Winckel BLA, dem Winckel DEF gleich seyn. Eben auff diese weiß wirdt erwisen / daß in der vierseitigen Figur BICM, der Winckel BMC, dem Winckel DFE gleich. Derowegen weil in dem Triangel KLM, der dem Circkel ABC vmbschrieben ist / die zween Winckel KLM vnd KML gleich seyn / den zweyen Winckeln DEF, vnnd DFE ein jeder dem andern insonderheit / so ist offenbar / daß auch der dritte Winckel LKM, dem dritten Winckel EDF gleich seyn müsse / welches zuerweisen war.

Die IV. Proposition.

In einem vorgegebenen Triangel / ein Circkel zubeschreiben.

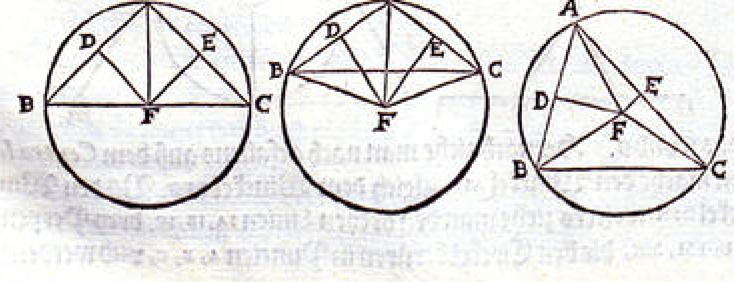
In dem vorgegebenen Triangel ABC, soll man ein Circkel beschreiben / diß geschicht also: Den Winckel C, theil man in zween gleiche theil / durch die Lini CD, vnd den Winckel B, durch die Lini BD, auch in zween gleiche theil. Von dem Punct D, als da die zwo Linien zusammen stossen / ziehe man drey Linien / die den dreyen seiten deß Triangels Perpendicular seyn / als DE, DF vnnd DG. In dem Triangel DEB, ist der Winckel DBE, gleich dem Wincke DBF deß andern Triangels / also der Winckel DEB, dem Winckel DFB, denn es seyn zween rechte Winckel / so ist die seiten BD beeden gemein / derwegen so muß die dritte seite DE, der DF auch gleich seyn. Eben auff diese weiß wirdt erwisen / daß die Lini DG, der Lini DF gleich sey. Sein also diese drey Linien / als DE, DF vnd DG einander gleich / so nun auß dem Punct D, als *Centro* in der weite DE ein Circkel beschrieben / so ist der Proposition genug geschehen / deñ er gehet nohtwendig durch die drey Punct E, F, G, in welchen er die drey seiten deß vorgebenen Triangels berüret.



Die V. Proposition.

Vmb einen vorgebenen Triangel / einen Circkel beschreiben.

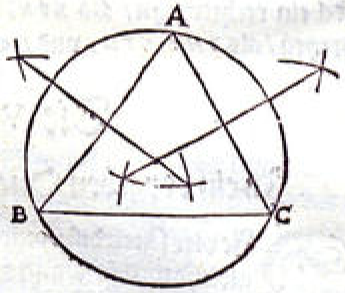
Es hab nun der vorgebene Triangel / einen rechten Winckel / oder einen weiten / oder drey scharpffe / wie die drey beygesetzte Figuren außweisen / so geschicht der Proposition also genug.



Man theile die zwo seiten AB, AC in zween gleiche theil in Punct D vnd E, vnd ziehe auß solchen Perpendicular Linien den seiten AB, AC, biß sie im Punct F zusammen stossen/ dieses Punct ist deß künfftigen Circkels *Centrum*, man ziehe ferner die Linien FA, FB, FC, (in dem Winckelrechten Triangel ist nicht von nötten/ daß man die zwo Linien FB vnd FC ziehe/ denn das Punct F fället allezeit in die mitten derselben seiten BC.) Dieweil nun die seiten AD, DF, deß Triangels ADF, gleich seyn den seiten BD, DF, deß Triangels BDF, vnnd die Winckel D, rechte Winckel seyn/ so wirdt auch die Basis AF der Basi BF gleich seyn. Gleicher weiß wirdt erwisen/ daß die Lini FA, vnd FC einander gleich seyn. So nun auß dem Punct oder *Centro* F in der weite FA, ein Circkel gerißen wirdt/ so ist der Proposition genug geschehen/ deñ sein Vmbkreiß berüret die drey Eck oder Winckel A, B, C, deß Triangels ABC, daß denn also zumachen/ vorgeben war.

Anhang.

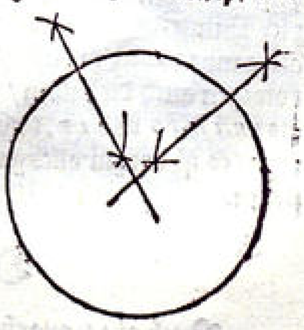
HIerauß ist offenbar/ das gemeldtes Punct oder *Centrum* deß begerten Circkels/ der sol vmb den Triangel beschrieben werden/ ausser dem Triangel fället/ wenn solcher ein weiten Winckel hat. Innerhalb aber deß Triangels/ wenn er drey scharpffe Winckel hat/ in dem Winckelrechten Triangel/ aber fället er allzeit auff die mitte der seiten/ welche dem rechten Winckel vnterzogen ist.



Kurtzer Weg.

MAn theile die zwo seiten AB, AC, in zween gleiche theil durch Circkelriß/ wie droben im ersten Buch ist gelehret worden/ vnd ziehe durch solche Riß zwo Linien/ wo solche einander durchschneiden/ da ist das *Centrum*, man reise hernach den Circkel.

Auff diese weiß können auch drey Punct/ doch daß sie nicht in einer geraden Lini stehen/ in einem Vmbkreiß eines Circkels gebracht werden/ wie solches leicht auß bey gesetzten Figuren zuverstehen ist.

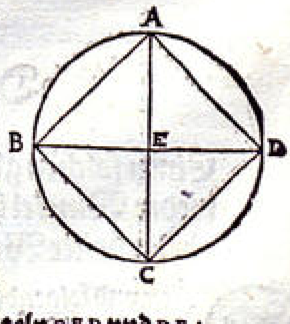


Die VI. Proposition.

In einem vorgebenen Circkel ein Quadrat beschreiben.

WAs in nechsten 4. Propositionen EVCLIDES, von Triangeln vnd Circkeln gelehret hat/ das wirdt er nun in folgenden 4. Propositionen von Circkeln vnd Quadraten lehren.

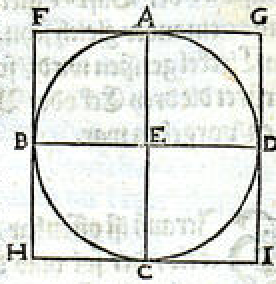
Man ziehe in dem vorgebenen Circkel ABCD, zween Diameter AC, BD, also daß mit jhrem durchschneiden in E, vier rechte Winckel machen. Hernach ziehe man vier Linien AB, BC, CD, DA, so ist geschehen/ was die Proposition haben wolte. Denn daß diese vier Linien einander gleich seyn/ wirdt gar leicht also erwisen/ in dem Triangel AEB, seyn die seiten AE, EB, gleich den seiten BE, EC, deß andern Triangels BEC, vnd seyn die Winckel bey dem E, rechte Winckel/ derhalben/ so ist die Basis AB gleich der Basi BC, gleiches ist zuverstehen von den andern zweyen Triangeln CED vnd DEA.



Die VII. Proposition.

Vmb einen vorgebenen Circkel/ ein Quadrat beschreiben.

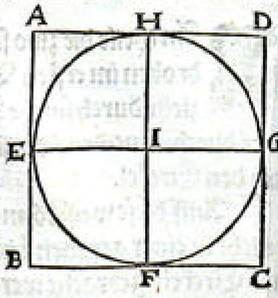
In dem vorgeben Circkel *ABCD*, ziehe man wider zween Diameter *AC, BD*, die sich zu rechten Winckeln in *Centro E* zerschneiden. Darnach in den Puncten *A, B, C, D*, ziehe man vier anrürende/ Linien *FG, GI, IH, HF*, die in Puncten *G, I, H, F* zusammen stossen/ so ist das begerte Quadrat gemacht. Daß es aber ein Quadrat sey/ vnd die vier Winckel *F, G, I, H* rechte Winckel seyn/ ist leicht zuverstehen/ dieweil durch die zween Diameter/ solche in vier Quadrat felder ist abgetheilet/ vnd ein jedweders drey rechte Winckel hat/ als zum Exempel/ das Feld oder Quadrat *AEBF*, hat diese drey rechte Winckel/ als *FAE, AEB* vnd *EBF*, derhalben muß nothalben auch der vierte Winckel ein rechter seyn/ als *BFA*, gleiches von den andern dreyen/ als *BHC, CID*, vnd *DGA* zuverstehen.



Die VIII. Proposition.

In ein vorgeben Quadrat/ ein Circkel einschreiben.

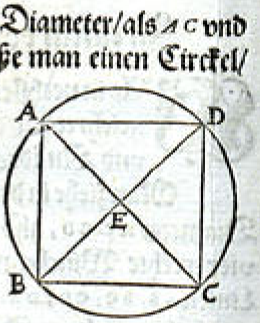
Die vier seiten diß vorgebenen Quadrats *AB, BC, CD, DA* theile man in zwey gleiche theil in Puncten *E, F, G, H*, vnd ziehe die zween Diamter *EG*, vnnd *HF*, auß dem Punct *I*, da sie sich durchschneiden/ in der weite *IE* reise man den Circkel *HEFG*, der die vier Puncten *HEFG* notwendig berüren muß. Dieweil alle gantze Linien/ in dieser Figur einander gleich seyn/ derowegen auch die halben/ werden einander gleich seyn/ als *IE, IH, IG* vnd *IF*, bedarff keines weitern demonstrirens/ es ist vorhin alles gar leicht vnd ohne mühe zuverstehen.



Die IX. Proposition.

Vmb ein vorgeben Quadrat/ ein Circkel beschreiben.

Man ziehe in dem vorgebenen Quadrat *ABCD*, zween Diameter/ als *AC* vnd *DB*, auß dem Punct *E*, in der weiten *EA* oder *ED*, reiße man einen Circkel/ so ist der Proposition genug geschehen. Ist ohn noht in solchen leichten vnd bekannten sachen/ viel weitläufftigen demonstrirens sich gebrauchen.



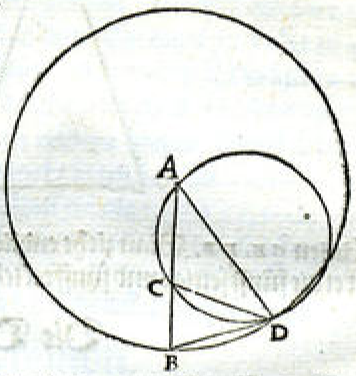
Die X. Proposition.

Einen solchen gleichfüssigen Triangel zumachen/ dessen jedweder Winckel bey der Basi/ zweymal so groß sey/ als der vbrige dritte Winckel.

Diese vnd folgende Propositiones seyn nicht so leicht/ wie die vorgehenden. Sonderlichen aber wirdt dieser *10*. Proposition nutz in folgenden recht erscheinen/

scheinen. Darumb sol solche recht vnnd wol verstanden werden / es werden aber zu rechtem Verstandt / dieser Proposition die 11. deß 2. Buchs / vnd die 32. vnd 37. deß dritten erfordert.

Die Lini AB, sey im Punct C also zertheilet / daß das Winckelrecht Parallelogram / von der gantzen Lini AB, vnd CB beschrieben / gleich sey dem Quadrat / so von AC gemacht wirdt / hernach auß dem *Centro* A, in der weite AB, reiße man einen Circkel / der sey ABD. Man stelle in solchem Circkel die Lini BD, daß sie der Lini AC gleich sey / man ziehe auch die Lini AD. Nun ist ein Triangel gemacht / als ABD, dessen jeder Winckel bey der Basi BD, als ADB oder ABD, (denn sie seyn einander gleich / weil die zwo Lini AB, AD einander gleich seyn /) noch oder zweymal so groß sey / als der vorige dritte Winckel BAD.



Die Demonstration ist also:

MAn beschreib vmb den Triangel ACD, den Circkel ACD. Dieweil das Parallelogram von AB, BC gleich ist dem Quadrat von BD, vnnd AB den Circkel ACD zerschneidet / so muß BD solchen Circkel berüren / (37. Proposition deß 3. Buchs) im Punct D. Derhalben ist der Winckel BDC, gleich dem Winckel A, (32. Proposition 3. Buchs.) So man nun den gemeinen Winckel CDA darzu thut / so wird der gantze Winckel BDA, gleich seyn den zweyen Winckeln CAD vnd CDA. Diesen beeden Winckeln aber / ist gleich der äussere Winckel BCD, (32. Proposition deß 1. Buchs /) derhalben wirdt der Winckel BCD, gleich seyn dem Winckel ADB oder ABD, dieweil ABD vnd ADB einander gleich seyn / vnd die Lini C, gleich der BD oder der AC. Werden also die zween Winckel CAD, vnd CDA auch einander gleich seyn.

Dieweil nun erwiesen worden / daß der Winckel ADB, gleich so groß ist / als die zween gleichen Winckel CAD, vnd CDA sämptlich seyn / so folget vnwidersprechlich / daß er zweymal so groß sey / als deren einer / das ist / als der Winckel CDA. Also auch der ander Winckel ABD, bey der Basi BD, ist zweymal so groß / als der dritte vnd vberige Winckel BAD. Dieweil diese zween auch einander gleich seyn / wie allbereit ist gemeldt worden.

Die XI. Proposition.

Eine gleich fünffseitichte / vnd gleich fünffeckichte Figur in einen vorgebenen Circkel beschreiben.

Oder:

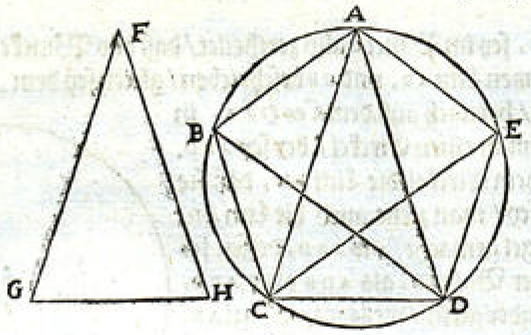
Eine fünffseitichte vnnd fünffeckichte Regular Figur / in einen vorgebenen Circkel beschreiben.

ZVmercken daß ein Regular Figur ist / die gleiche seiten / vnnd also auch gleiche Winckel hat.

Man mache erstlich einen gleichfüssigen Triangel / wie die nechst vorhergehende Proposition gelehret. Der sey GFH, in den vorgebenen Circkel ABCDE,

 werde

werde ein Triangel beschrieben / der diesem gleiche Eck hab / der sey CAD, vnd dessen beede Winckel bey der Basi / als ACD vnd ADC, werden gleich zertheilet durch die



Linien CE, DB. Man ziehe endlichen die Linien AB, BC, DE, EA. Also ist in dem Circkel die fünffseitige vnd fünffeckichte Regular Figur ABCDE beschrieben.

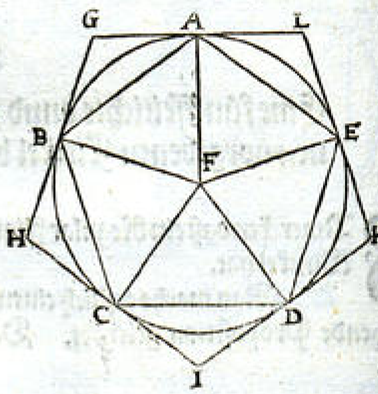
Die Demonstration ist also:

Dieweil jedweder auß den beeden Winckeln / als ACD vnnd ADC zweymal so groß ist / als der dritte vnd vberige Winckel CAD, vnd in zween gleiche Winckel seyn zertheilet worden / so werden die fünff Winckel ADB, BDC, CAD, DCE vnd ECA einander gleich seyn / derhalben werden auch die Stück deß Vmbkreiß / als AB, BC, CD, DE vnnd EA einander gleich seyn / nach der 26. Proposition deß 3. Buchs / vber diß auch die geraden Linien AB, BC, CD, DE vnd EA werden einander gleich seyn / dieweil sie gleichen Stückē deß Vmbkreiß vnterzogen seyn / (29. Proposition deß 3. Buchs.) Ist also gleich seitig diese Figur. Widerumb / weil die Stück AB vnd ED einander gleich seyn / so man das gemeine Stück BCD, zu beeden thut / so folget daß das gantze Stück ABCD, auff welchem der Winckel AED stehet / gleich sey dem gantzen Stück FDCB, auff welchem der Winckel BAE stehet. Werden also auch solche beede Winckel / als BAE vnd AED einander gleich seyn. Eben auff diese weiß wird erwiesen / daß auch die vberigen drey Winckel / als EDB, DBC vnd CBA diesen zweyen gleich seyn / vnd wird also die gantze Figur auch gleich eckicht seyn / das zu erweisen war.

Die XII. Proposition.

Eine gleichfünffseitige vnd gleich fünffeckichte Figur / vmb einen vorgebenen Circkel beschreiben.

MAn beschreibe erstlich ein Regular fünffseitichte vnd fünffeckichte Figur / in den vorgebenen Circkel / wie in der 11. Proposition jetzt ist gelehret worden. In dem vorgebenen Circkel nun / sey solche Figur ABCDE, verstehe die geraden eingeschriebenen Linien / wo nun diese Figur mit den Ecken den Vmbkreiß anrüren / als in Puncten A, B, C, D, E, da werden ausserhalben deß Circkels / den Circkel berürente Linien gezogen / die werden in den fünffecken G, H, I, K, L, zusammen stossen / vnd also die begerte Figur machen. Daß aber solche fünff gleiche Eck oder Winckel hab / wirdt also kürtzlich erwisen. Man ziehe von den Puncten deß anrürens fünff Linien zu dem Centro F, als AF, BF, CF,



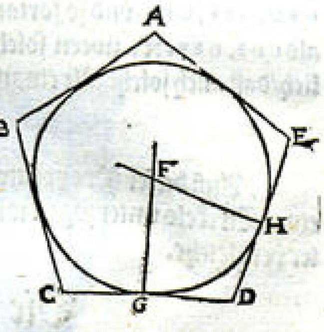
DF, EF,

DF, EF. Dieweil nun diese alle den äussern anrürenden Perpendicular seyn/ so werden sie auch lauter rechte Winckel mit einander machen/ als FAL, FEL, FAG, FBG, vnd so fortan. Ferners/ so seyn auch die Winckel FAE, FEA, vnd FAB, FBA, einander gleich/ diewel FA, FE, FB, einander gleich seyn/ gleich wie auch die Linien EA, AB. So nun solche von den rechten Winckeln/ FAL, FEL, vnd von FAG, FBG genommen werden/ so bleiben auch die vberigen vier Winckel/ als LAE, LEA vnd GAB, GBA einander gleich. Endlichen weil in dem Triangel ALE, die zween Winckel LAE, LEA gleich seyn/ den zweyen Winckeln GAB, GBA deß Triangels AGB, so folget vnwidersprechlich/ daß auch der dritte Winckel ALE gleich sey/ dem dritten Winckel AGB, gleiche Demonstration ist von den andern dreyen Winckeln BHC, CID, DKE zu vernemen. Daß aber solche Figur gleiche seiten hab/ als GH, HI, IK, KL, LG, ist leicht zu erweisen. Nemblich/ weil alle Winckel/ als LAE, LEA, GAB, GBA, HBC, HCB, ꝛc. einander gleich seyn/ so werdē auch die vnterzogene seiten einander gleich seyn/ LE, LA, AG, GB, BH, HC, ꝛc. also auch die gantze Linien oder seiten LG, GH, HI. Daß denn sehr leicht zu verstehen ist/ wenn man nur ein wenig die gedancken beysammen behelt.

Die XIII. Proposition.

In ein fünffeckicht Regular Figur/ einen Circkel beschreiben.

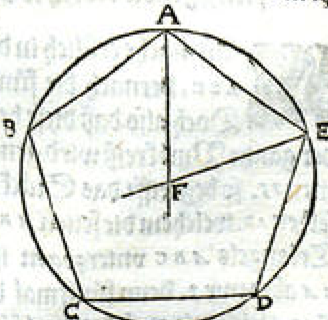
MAn theil zwo seiten der Regular Figur/ als ED vnd DC in zween gleiche theil im Puncten G vnd H, vnd von solchen Puncten/ ziehe man zwo Perpendicular GF, HF, die werden sich in Centro F zerschneiden. Hernach auß dem Centro F in der weite FH, reiße man einen Circkel/ so ist der begerte Circkel beschrieben. Die Demonstration ist auß vorhergehenden leicht zuverstehen.



Die XIV. Proposition.

Vmb ein fünffeckicht Regular/ einen Circkel beschreiben.

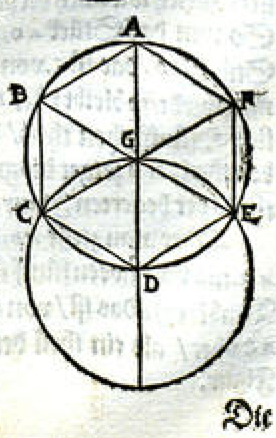
MAn theile zween Winckel der Regular Figur/ als BAE vnd AED, durch die Linien AF, vnd EF in zween gleiche theil/ so werden solche sich in F durchschneiden/ auß solchem Punct oder Centro F, in der weite FA oder FE, reiße man einen Circkel. Dieser Proposition Demonstration/ wie auch der nechst vorhergehenden/ ist auß vorigen leicht zuverstehen/ man kan es nicht alles vberall verdrüßlich widerholen.



Die XV. Proposition.

In einem vorgebenen Circkel/ eine sechßeckichte vnd sechßseitichte Regular Figur beschreiben.

DEr vorgebene Circkel ist ADF, dessen Centrum ist G, man ziehe den Diameter AD, auß dem Centro D, vnd weiten DG beschreibe man einen Circkel/ der ist CGE, der den gegebenen Circkel/ durchschneidet in Puncten CE. Man ziehe auch die Linien CGF vnd EGB/ man hänge nun AB, BC, CD, DE, EF, FA durch gerade Linien zusammen/ so ist die begerte Figur in den Circkel beschrieben.



Die Demonstration ist also:

In dem Triangel CGD, ist die Lini CG, gleich der GD, dieweil sie beede auß dem *Centro* G zu dem Vmbkreiß gezogen seyn. Eben solcher Vrsach halben / ist die Lini GD, gleich der Lini DC, hat also dieser Triangel drey gleiche seiten / so werden auch die drey Winckel CGD, GDC, vnnd DCG einander gleich seyn / derenjedweder / wirdt den dritten theil von zween rechten begreiffen / sintemal sie alle drey samptlich zweyē rechten gleich seyn. Weil aber auch der Triangel DGE, dem vorigen durchauß gleich ist / also wirdt dessen jedweder Winckel / auch den dritten theil von zweyen rechten begreiffen. Nun seyn aber ferners diese drey Winckel/als CGD, DGE vnd EGF zweyen rechten Winckeln gleich / vnnd die zween Winckel aber CGD, DGE ein jeder den dritten theil von zweyen rechten begreiffet / so wirdt nothalben der Winckel EGF, den vbrigen dritten theil von zweyen rechten begreiffen.

Dieweil aber die andern drey Winckel FGA, AGB, BGC diesen dreyen gegen vber stehen/so werden solche diesen dreyen gleich seyn/ vnd also alle sechß Winckel einander gleich seyn / derhalben auch die Stück deß Vmbkreiß / auff welchen solche stehen/vnd auch die geraden Linien AB, BC, CD, DE, EF, FA, die solchen gleichen Stücken vnterzogen seyn / einander sich vergleichen. Daß aber diese Regular Figur auch gleicheckicht sey / ist leicht zu beweisen / dieweil alle Winckel / als GCD, GDC, GDE, GED, GEF, GFE, vnd so fortan einander gleich seyn/vnd ein jeder Winckel der Figur/ als CDE, DEF, &c. zween solcher gleicher Winckel begreiffet/so folget vnwidersprechlich/daß auch solche alle einander gleich seyn.

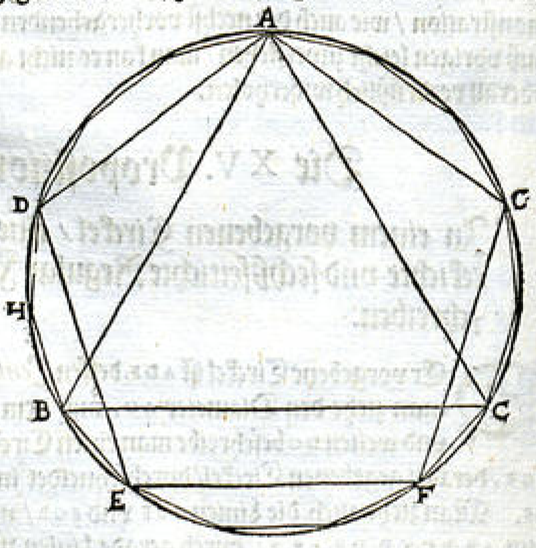
Anhang.

Auß dieser Proposition erscheinet klar/daß allezeit die seite/so dem sechsten theil eines Circkels vnterzogen wirdt / sich mit dem Semidiametro / oder halben Diameter vergleiche.

Die XVI. Proposition.

In einem gegebenen Circkel / eine fünffzehen seitichte/ vnnd fünffzehen eckichte Regular Figur beschreiben.

Man mache erstlich in den vorgebenen Circkel ADFG, den Regular Triangel ABC, hernach die fünffseitige vnnd fünffeckichte Regular Figur ADEFG. Doch also daß diese beede Figuren/ von A jhren anfang nemen. Wenn nun der gantze Vmbkreiß wird genommen 15. so begreifft das Stück desselben AB, welchem die seiten AB deß Triangels ABC vnterzogen ist 5. BA aber nur 3. denn fünffmal drey ist 15. gleich wie auch dreymal fünff: So nun das Stück AD, von dem Stück AB, das ist 3. von 5. genommen wirdt/so bleibt vber DB, nemblich 2. fünffzehen theil / dessenhalben theil, HB zeiget die grösse eines theils der begerten Figur.



Oder man ziehe AB, als 5. von AE, als von zween fünff theilen deß Vmbkreiß / das ist / von 6. so bleibt BE vber / als ein theil der begerten Figur.

Anhang.

Anhang.

AVß diesem *Problemate*, wirdt gleichsam eine Kunst gelernet/wie man dergleichen vielerley Regular Figuren in einem Circkel beschreiben sol. Denn weil A B von dreyen genennet wirdt/ dieweil solche den dritten theil deß Circkels begreifft/ vnd A D von fünffen/ weil sie den fünffen Theil begreifft/ so solche mit einander multiplicirt werden/ so kompt 15. Derhalben auß diesen beeden/ dem Circkel eingeschriebenen seiten/ der zweyen Regular Figuren/ wirdt auch die Figur ingeschrieben/ so fünffzehen gleiche seiten/ vnd gleiche Eck hat. Nemblich auff diese weiß: Der Nenner der seiten A D, als 3. wirdt von dem Nenner/ der seiten A B, als 5. vmb 2. vbertreffen/ derhalben begreiffen D B, vmb welches/ nemblich A B, die seiten A D vbertrifft/ zween theil solcher begerten Figur/ halbiert in H, so ist H B, oder H D, die grösse einer seiten der begerten Regular Figur/ von fünffzehen seiten/ vnd fünffzehen Ecken.

Ende deß vierdten Buchs Euclidis.

Das 5. Buch
EVCLIDIS.

Die Beschreibungen.

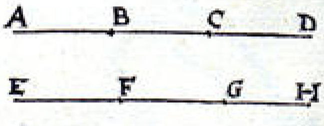
EUCLIDES hat bißhero in den vier Büchern gehandelt/ von einer blossen grösse (*quantitate,*) als von Linien/Triangeln/Quadrangeln/ Circkeln/ꝛc. Wie eine jede vor sich selbsten sol vnnd kan recht betrachtet werden. In folgenden Büchern nimbt er solche grösse wider für sich/ betracht aber solche nicht vor sich allein/ sondern helt solche gegen andern grössen/vnd besihet/ wie solche gegen denselben andern ein Proportion habe.

Es ist aber diß folgend fünffte Buch zimblich schwer/ nicht allein von wegen der sachen/ so darinnen tractirt werden/ sondern vornemblich wegen der *terminorum* oder Namen/so darinnen gebrauchet/vnd sehr vbel in deutscher Sprach können verständlich gegeben werden. Doch wil ich mich hierinnen so viel befleissigen/ darmit der günstige Leser sich möge leichtlich darein verrichten.

I.

Wenn ein kleiner ding in einem grössern/ gerad etlichmal begriffen wirdt/ so wirdt solches kleiner genant/ ein theil deß grössern.

ALs weil AB in der Lini AD gerad dreymal begriffen wirdt/ so ist AB ein theil der Lini AD. Hergegen weil EF in der Lini EH, nur zweymal begriffen wirdt/ vnnd bleibt GH vberig/ so wirdt EF nicht ein theil der Lini EH genant. Darumb ligt der rechte Verstandt dieser Beschreibung in dem Wörtlein/Gerad: Also seyn 1.2.3. ein jedes insonderheit theil der gantzen Zahl 6. denn wirdt gerad sechßmal/ 2. dreymal/ 3. zweymal in der grössern Zahl begriffen.



Aber 4. vnnd 5. mit nichten/ denn sie nur einmal in solcher begriffen werden/ vnd bleibt von 4. zwey/ von 5. eins vberig.

Diß sol von allen sachen verstanden werden/als von Linien/ Maß/ Gewicht/ꝛc.

II.

Solches grössere Ding / in welchem das kleiner gerad etlich mal begriffen wird / nennet man ein gantzes (multiplex.)

ALs in vorigem Exempel wirdt die Lini AD, ein gantzes genennet/gegen den theilen AB, BC, CD. Dieweil solches dieser 3. Theil ein jedes gerad dreymal in

sich

sich begreiffet. Die Lini EH, aber kan kein gantzes genennet werden / gegen den theilen EF, FG, GH, dieweil dieser Theil keines gerad / etlich mal in der gantzen Lini EH begriffen werden/ welches denn gar leicht zuverstehen ist.

III.

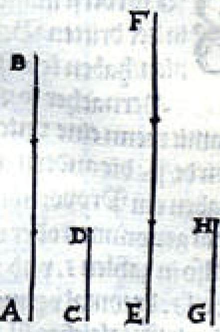
So man zwey gleichförmige Ding (als zwo Zahl/ zwo Linien/ zwo gröss/ zwey Gewicht/ zwo Maß/ etc. Gegen einander helt oder schätzet / so wirdt solche gegen einander Haltung oder Schätzung ein Proportz genennet.

Als wann man zwo Zahl/ Linien/ Gröss/ Maß/ Gewicht/ etc. Gegen einander helt/ sie seyn gleich alle beede einander gleich/ oder eines grösser/ oder kleiner denn das ander / nur daß sie gleichförmige ding seyn / das ist / daß sie einerley sachen seyn/ oder mit einerley Namen genennet werden / so wirdt solche Gegenhaltung oder Schätzung eine Proportion genennet. Als AB, gegen CD oder gegen EF vnd GH, also 2. gegen 2. oder gegen 3.

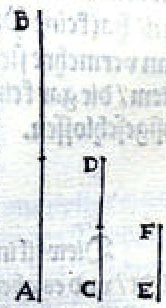
IV.

Die Vergleichung der Proportion wirdt Proportionalitet genennet.

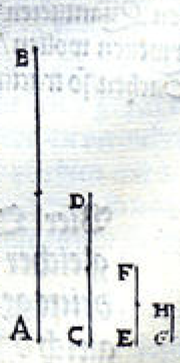
Gleich wie in der dritten Beschreibung / das gegen einander halten zweyer gleichförmiger Ding / ist ein Proportz genennet worden / also allhier das gegen einander halten zweyer gleichen Proportzen wirdt Proportionalitet geheissen.



Als wenn ich AB gegen CD halt/ das ist 9. gegen 3. oder EF gegen GH, das ist 12. gegen 4. so wirdt solches ein Proportion genannt. Wenn ich aber solche zwo Proportzen / als die Linien AB, CD vnd EF, GH gegen einander halt/ so wirdt solches ein Proportionalitet geheissen. Nemblich/ wie die Lini AD, die Lini CD, gerad dreymal in sich begreiffet / also begreifft die Lini EF, die Lini GH auch dreymal.

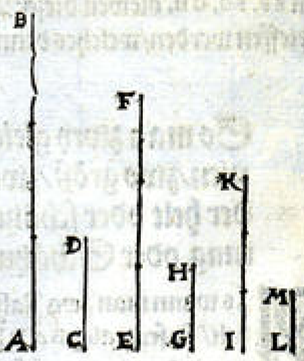


Oder im andern Exempel das gegen einander halten der Lini AB gegen CD, vnd CD gegen EF heist Proportionalitet / die Lini AB begreifft die Lini CD zweymal in sich/ vnd die Lini CD, begreifft die Lini EF auch zweymal. Es ist auch zu mercken allhier/ daß von zweyerley Proportionaliteten gehandelt wirdt / die erste wirdt genannt *Continua*, wenn etliche Quantitetem ein gleich vnd ordentliche Proportion halten. Da allzeit die andere gegen der ersten / vnd gegen der dritten gehalten wirdt/ vnd eine gleiche Proportion hat. Hernach die dritte gegen der andern vnd vierte / vnd so fortan.



Als in bey gesetztem Exempel / geschicht eine *Continua* Proportionalitas/ der vier Linien AB, CD, EF, GH. Denn AB helt sich gegen CD, wie CD gegen EF, vnd CD gegen EF, wie EF gegen GH, denn die Lini AB, begreifft zweymal die Lini CD, vnd CD zweymal die Lini EF, vnd EF zweymal die Lini GH, oder zu ruck genommen was für ein Proportion ist zwischen der Lini GH vnd EF, solch ist auch zwischen EF vnd CD, vnd zwischen CD vnd AB.

Die ander Proportionalitas wirdt *Discreta* genannt/ wenn etlich Quantiteten zwar eine gleiche Proportion haben/ aber nit in solcher Ordnung wie jetzt gesagt / vnd erklärt worden/ nemblichen/ daß die erste gröss gegen der andern/ in der Ordnung ein solche Proportion hat/ wie die dritte gegen der vierten/ da man die andern nicht gegen der vorgehenden/vnd nachfolgenden helt. In Exempeln ist es leichter zuverstehen: Vnter den Linien *AB, CD, EF, GH,* ist ein *Discreta* Proportionalitas/ aber in kein solcher stetiger Ordnung wie zuvor in der *Continua,* sondern abgesetzter weiß. Als *AB* helt sich gegen *CD,* wie *EF* gegen *GH*, vnd nicht wie *CD*, als die ander gegen der dritten *EF*, denn gleich wie die Lini *AB*, die Lini *CD* gerad dreymal in sich begreiffet/ also begreifft auch die Lini *EF*, die Lini *GH* dreymal in sich/ vnd *IK*, die Lini *LM*, daß also vnter diesen sechß Quantiteten/ zwar eine gleiche Proportion/ als durch drey begreiffen/ vnnd ein Proportionalitas *Discreta* genennet wirdt.

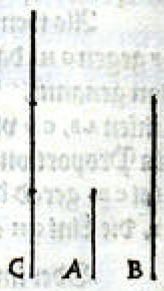


V.

Die jenigen Grösse oder Quantiteten haben eine Proportion gegen einander/ deren die eine etlichmal genommen oder vermehret/die andern vbertreffen mag.

ZV förderst müssen diese Quantiteten gleichförmige Ding seyn/ wie zuvor auch in der dritten Beschreibung/ist gesagt vnd erkläret worden/ denn Zahl gegen Linien/haben kein Proportion/vnd so fortan.

Hernacher so müssen solche Quantiteten also seyn beschaffen/ damit wenn eine vnter denselben / als die kleine etlichmal vermehrt wirdt/sie die andern endlichen vbertreffen kan. Als die Lini *A* vnd *B*, haben ein Proportion gegen einander/ dieweil die kleiner als *A* dreymal genommen oder vermehret/ grösser wirdt/ denn die ander Lini *B*, Also in zahlen 3. vnd 7. haben ein Proportion gegen einander/ dieweil 3. dreymal vermehret/ machet 9. vnd das 7. als die andere zahl vbertrifft/gleiches ist zuverstehen von allen andern Quantiteten. Es werden aber alle vnendliche Ding außgenommen/ als ein endliche Lini/ hat keine Proportion gegen einer vnendlichen Lini/dieweil solche endliche Lini/ man vermehre sie so offt als man wil/ die vnendlichen nimmermehr vbertreffen kan. Item/ die gar keine Quantiteten seyn/ als Punct/ Nullen/ etc. werden auch allhier außgeschlossen.



NB.

Dieweil in folgendten alles von allen Quantiteten geredet vnnd demonstrirt wirdt / vnd es aber allzu weitläufftig/ ja gleichsam vnmüglich were / von allen vnd jeden Quantiteten/Exempel einzuführen/als hab ich nur in Linien vnd Zahlen/solches erweisen wollen / durch welche denn der günstige Leser genugsamen Verstand der Sachen/so tractirt werden/wirdt vernemen können.

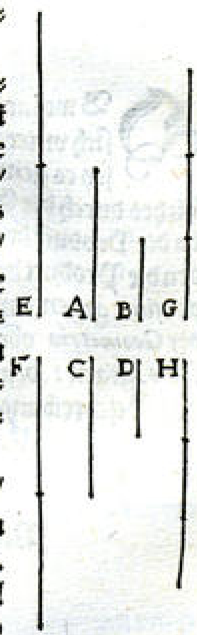
VI.

Vier Quantiteten oder Grösse seyn gegen ein einander in gleicher Proportion/ als die erste gegen der andern/ vnnd die dritte gegen der vierten / wenn man die ersten vnd die dritten gleich offt nimbt/oder durch eine gleiche Zahl vermehret/also

auch

auch die andern vnnd vierdten / (es sey die Zahl der vorigen gleich oder nicht /) vnd alsdenn die ersten zwey Product / entweder grösser / gleich / oder kleiner seyn / als die letzten zwey / doch also / daß das Product deß ersten gehalten werde / gegen dem Product deß andern / vnnd das Product der dritten / gegen dem Product der vierdten Quantitet.

WEniger ist es nicht / diese Beschreibung ist schwer zuverstehen / sintemal der vortreffliche Mann *Campanus*, vnd alle die jhme nachgangen / von dem rechten Verstandt dieser *definition* gejrret haben / scheme mich also auch nicht / ob ich gleich viel Zeit vnd Müh darauff gewand / biß ich den rechten vnnd eygentlichen Jnnhalt dieser *definition* erlanget hab. Denn ohne rechten gründlichen Verstandt der sachen / einen *Autorem* in ein andere Sprach zubringen / ist ein vergebliche / vnnütze vnd offt schädliche Arbeyt / wie ich denn vor mein Person wol gesehen / daß die *translatores* der Astrologen auß Arabischer vnd Griechischer in die Lateinische Sprach an vnzehlichen viel Orten / den rechten Verstand der sachen gantz verkehret haben / ob sie gleich solcher Sprach gantz wol kündig gewesen / die sachen aber nit genugsam verstanden haben. Welches ich allhier *obiter* hab melden wollen / ich kom̃ jetzt zu Erklärung deß rechtẽ Verstandes dieser Beschreibung / kan aber durch Exempel am besten verstanden werden.



Die vier Quantiteten seyn A, B, C, D, A die erste / B, die ander / C, die dritte / D, die vierte. Das Product von A, ist E, von B, ist G, von C, ist F, von D, ist H. Nun sagt die *definition*, wenn man die erste als A, vnnd C die dritte gleich offt nimbt / als allhier zweymal / vnd andere / als B, vnnd vierdte / als D, auch gleich offt nimbt / als dreymal / vnd die Product von A vnd C, das ist E vnd F grösser seyn / als die andern zwey / oder derselben gleich oder kleiner / so seyn solche Quantiteten in einer Proportion gegen einander / das ist / wenn E grösser ist / als G, vnd F auch grösser als H, oder wenn E gleich ist dem G, vnd F auch gleich dem H, oder wenn endlichen E kleiner ist / als G vnd F auch kleiner als H. Daß also E vnd F entweder zugleich grösser / gleich oder kleiner seyn müssen / als G vnd H.

In den zahlen ist die Sach noch eygentlicher zuverstehen / vnd kan man vmbständlich erweisen / wie es mit vier Quantiteten müsse beschaffen seyn / daß sie in gleicher Proportion stehen sollen. Als zum Exempel: Es seyn vier Quantiteten 3. 2. 6. 4. Nun wil ich wissen / ob sie in gleicher Proportion stehen / als 3. gegen 2. vnd 6. gegen 4. so examinire ich sie nach Lehr der Beschreibung / vnd multiplicir erstlich / 3. vnd 6. als die erste vnd die dritte mit einer Zahl / als mit 4. kompt das Product der ersten / 12. der dritten 24. also die andern vnnd vierten mit 7. kompt das Product der andern 14. der vierten 28. Dieweil nun das Product der ersten / als 12. kleiner ist / als das Product der andern als 14. vnd das Product der dritten / als 24. kleiner ist / denn das Product der vierdten / als 28. so sage ich / daß diese vier Zahlen in gleicher Proportion gegen einander stehen / die erste gegen der andern / vnnd die dritte gegen der vierdten. Also wenn man die ersten vnd dritten / als 3. vnd 6. mit dreyen vermehret / so kompt das erste Product 9. das ander 18. die andern aber / vnnd vierdten mit 2. so kompt das andern Product 4. deß vierdten 8. Dieweil nun widerumb die ersten zwey Product grösser seyn / denn die letzten / so folget / daß solche Quantiteten in gleicher Proportion gegen einander stehen.

Endlichen wenn man die ersten vnnd dritten Zahl mit 6. vermehret / so kompt das Product der ersten 18. der dritten 36. die andern aber / vnnd vierten mit 9. kompt das Product der andern 18. der vierdten 36. dieweil nun das Product der ersten/ gleich ist dem Product der andern/ vnd das Product der dritten/ dem Product der vierdten/ so folget auch nach der dritten vmbstände der Beschreibung/ daß diese zahl in gleicher Proportion stehen/ nemblich wie 3. gegen zwey/ also 6. gegen 4. die Proportion ist auß folgenden leichtlich zuverstehen.

Vermehrt mit	4	die erste 3 die dritte 6	prod: 12, 24	kleiner	Vermehrt mit 3	die erste 3 die dritte 6	prod: 9, 18
	7	die andere 2 die vierdte 4	prod: 14, 28		2	die andere 2 die vierdte 4	prod: 4, 8 — grösser

Vermerht mit	6	die erste 3 die dritte 6	Product 18, 36	gleich.
	9	die andere 2 die vierdte 4	Product 18, 36	

Notwendige Warnung.

OB wol auß den blosen Worten dieser Beschreibung zuvernemen/ daß wenn sich vnter den drey Bedingungen/ nur eine zu vier Quantiteten schicke/ so sey es genug erwisen/ daß solche in gleicher Proportion stehen/ so wirdt doch solches durch die Erfahrung verworffen. Denn man sehr viel Exempel finden kan/ da die Product der ersten vnd der dritten/ entweder zugleich grösser/ oder kleiner seyn/ den die Product der andern vnd vierten/ vnd doch solche keines wegs in gleicher Proportion gegen einander stehen. Als 4. 3. 6. 5. Nun ist jedem der nur ein wenig in der *Geometria* oder *Arithmetica* erfahren/ bekannt daß ein andere Proportion sey 4. gegen 3. denn 6. gegen 5. nichts desto weniger/ so schicken sich zwo Bedingung der Beschreibung hieher/ wie in folgenden zusehen.

Vermehrt mit	2	die erste 4 die dritte 6	prod: 8, 12	kleiner.
	3	die andere 3 die vierdte 5	prod: 9, 15	

Vermehrt mit	3	die erste 4 die dritte 6	prod: 12, 18	grösser.
	2	die andere 3 die vierdte 5	prod: 6, 10	

Dergleichen Exempel können viel gefunden werden/ zu welchen sich diese zwo Bedingung schicken/ vnd doch nicht in einer gleichen Proportion stehen.

Derhalben ist diß die rechte Art vnd Weiß zu erfahren/ ob vier zahlen in gleicher Proportion gegen einander stehen oder nicht/ daß man nemblich probire ob man solche auff alle drey Bedingungen richten könne/ wie *Clavius* solches weitläufftig

lehret

lehret vnd erkläret. Denn wo nicht alle drey Bedingungen sich auff vier Quantiteten oder Zahlen schicken/ so stehen solche nicht in gleicher Proportion.

Diß ist aber meine gute Erinnerung vnnd Lehr / daß man alsobalden sehe / ob man solche Zahl haben könne / durch welche die gleichheit der Producten können gefunden werden/ denn in allen Exempeln / in welchen die ersten zwey Product den andern gleich seyn/ doch wie im anfang ist gemelt worden/ nemblich das Product der ersten/ dem Product der andern/ vnd das Product der dritten / dem Product der vierdten/ dieselben stehen in gleicher Proportion/ in welchen aber solches nicht kan seyn/ die stehen auch nicht in gleicher Proportion. Wie im nechsten Exempel zuvernemen/ ob man gleich grössere vnnd kleinere Product findet / durch die Multiplication / so kan man doch nimmermehr finden/ daß beede Product/ als das erst mit dem andern/ vnd das dritte mit dem vierdten sich vergleiche. Zwar wenn man die ersten vnnd dritten Zahl/ als 4. mit 6. multiplicieret / vnnd die ander vnd vierdte mit 8. so vergleichet sich das Product der ersten/ mit dem Product der andern/ aber die andern zwey nicht. Also wenn man 4. vñ 6. mit 5. vermehret/ vñ 3. vñ 5. mit 6. so vergleicht sich das Product der dritten/ mit dem Product der vierdten/ aber die andern zwey nit/ wie hie bey zusehē:

Vermehrt mit	6	die erste 4	prod: 24	gleich.
		die dritte 6	36	
	8	die andere 3	prod: 24	kleiner.
		die vierdte 5	40	
Vermehrt mit	5	die erste 4	prod: 20	grösser.
		die dritte 6	30	
	6	die andere 3	prod: 18	gleich.
		die vierdte 5	30	

Aber daß beede zugleich/ nemblich das Product der ersten / mit dem Product der andern sich vergleiche/ vnnd das Product der dritten/ mit dem Product der vierdten/ das geschicht in keinen andern Zahlen oder Quantiteten / als die in gleicher Proportion gegen einander stehen/ man multiplicir wie man wölle.

Compendium.

DAmit ich aber dem günstigen Leser nichts verhalte/ sondern auß gutem vnnd trewem Hertzen offenbar/ wie man geschwindt vnnd ohne viel multiplicirẽ erfahren soll/ ob vier Zahlen in gleicher Proportion seyn oder nicht / wie ich solches durch vielfältiges experimenten vnd nachsinnen endlichen erfunden hab/ vnd sag diß in höchster Warheit / daß ich solch *Compendium* bey keinem *scriptore* gesehen oder gelesen hab/ wirdt es aber bey einem andern auch gefunden/ daran ich doch zweiffel / so laß ich einem jeden seyn *inventum* vor das seyne / man lasse mir aber auch das meine vor das meine.

So thu man jhm nun also:

WEnn man vier Zahlen hat/ vnd wil wissen/ ob solche in gleicher Proportion seyn oder nicht. So multiplicir man die ersten vnd dritten/ mit der andern/ vnd die andern vnnd vierdten mit der ersten. Oder die ersten vnnd dritten mit der vierdten/ vnd die andern vierdten mit der dritten/ wenn alsdann das Product der ersten/ vnd andern einander gleich/ vnd das Product der dritten vnnd vierdten/ so stehen solche Zahl in gleicher Proportion/ wo aber nicht / so stehen sie nicht in gleicher Proportion/ ob gleich sonst die andern zwo Bedingungen / als grösser vnnd kleiner/ auff solche Exempel sich reimen vnd schicken. Das vorige Exempel.

Erste/	dritte	andere	vierdte
3	6	2	4
2	2	3	3
6	12	6	12

Oder:

3	6	2	4
4	4	6	6
12	24	12	24

Wenn man nun die gleichheit der Producten hat/ so kan man leichtlich den andern zweyen Bedingungen auch genug thun/ daß man den Exceß (vbertrit) oder Defect (mangel) finde. Ist also nun auß jetzt erzehlten Vmbständen offenbar/ daß alle drey Bedingungen/ auff vier Quantiteten sich reimen müssen/ wenn sie in gleicher Proportion stehen sollen/ wie hierinnen *Clavius* sehr deutlich vnnd weitläufftig/ vnd die meynung *Campani* vnd *Orontij* nach notturfft widerlegt.

Ein ander Compendium.

Andere/ wenn sie wollen geschwindt wissen/ ob vier Zahlen in gleicher Proportion seyn oder nicht/ haben diß *Compendium*. Sie dividiren die erste durch die andere/ oder die andere durch die erste/ nach dem die erste oder andere grösser oder kleiner. Gleichfals thun sie mit der dritten/ vnnd vierdten. So nun die zween Quotienten gleich seyn/ so stehen solche Zahlen in gleicher Proportion/ wenn sie aber vngleich/ so stehen sie nicht in gleicher Proportion. Als ich will wißen/ ob 3. 2. 6. 4. in gleicher Proportion stehen. Erstlich dividir ich die ersten/ als 3. mit der andern/ kompt $1\frac{1}{2}$. Also die dritten mit der vierdten/ kompt $1\frac{2}{4}$. das ist $1\frac{1}{2}$. dieweil nun die Quotienten einander gleich seyn/ so stehen diese vier Zahlen in gleicher Proportion.

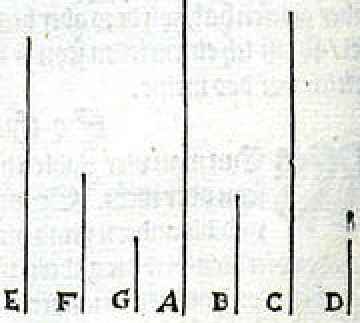
Dieweil aber EUCLIDES mit sonderem Raht vnd Bedencken in Examinirung vierer Quantiteten die (*æquemultiplicia*) Product gebrauchet/ wie *Clavius* Vrsach anzeiget/ also hab ich mein *Compendium* auch auff solche *æquemultiplicia* richten wöllen. Seyn alle beede Weg gerecht/ allein daß man in dem letzten die grössern Bruch in jhre kleine bringet.

Daß ich diese Beschreibung weitläufftiger/ vnnd mit mehrern vmbständen/ hab erklären wollen/ ist nicht ohne Vrsach geschehen/ wie der jenige wol verstehen wirdt/ der deß *Campani* vnnd *Orontij* meynung gewesen/ denn warlich am rechten vnd gründlichen Verstandt dieser Beschreibung viel gelegen ist.

VII.

Die Quantiteten/ so in gleicher Proportion stehen/ werden proportionirte größ genant.

Welche Grösse oder Zahlen in gleicher Proportion stehen/ ist eygentlich in der sechsten Beschreibung gesagt vnd erkläret worden. Allhier wirdt jnen ein besonderer Name gegeben/ daß sie nemblich proportionirte Quantiteten genennet werden. Als A, B, C, D, seyn proportionirte Quantiteten/ dieweil/ wie die Lini A, die Lini B, gerad dreymal in sich begreiffet/ also begreifft auch die Lini C, die Lini D, gerad dreymal. Item/ E, F, G, seyn auch proportionirt/ deñ wie die Lini E begreifft die ander Lini F gerad zweymal/ also begreifft auch die ander Lini F, die dritte G zweymal. Also die zahlen 12. 4. 9. 3. seyn proportionirte zahlen. Item/ 8. 4. 2. deñ wie 12. 4. dreymal begreifft/ also 9. 3. vnd wie 8. zweymal in sich helt 4. also helt 4. zweymal in sich 2.

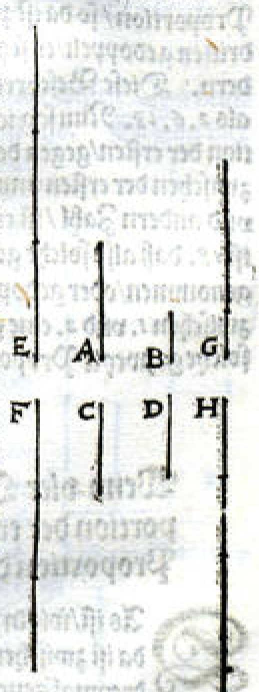


VIII.

Wenn aber die Product sich nicht also verhalten (wie in der sechsten Beschreibung vermeldt/) das ist/ wenn sie nicht proportionirt seyn / vnnd das Product (multiplex,) der ersten grösser ist/denn das Product der andern/ das Product aber der dritten nicht grösser ist / denn das Product der vierten / so ist die Proportz der ersten gegen der andern grösser / als die Proportz der dritten/ gegen der vierten.

DJese Beschreibung redet nicht von vier Proportionirten *Quantiteten*/ wie die Wort deutlich anzeigen. Allein sie lehret / wenn man vier Quantiteten hat/ob die Proportion der ersten / gegen der andern grösser oder kleiner sey/ als die Proportion der dritten/gegen der vierten. Solches geschicht wider durch die Product oder *aequemultiplicia*. Es ist aber auch zu mercken/daß allhier die Multiplicirung oder Vermehrung wider geschicht / wie in der sechsten Beschreibung / nemblich/daß man die erste vnd dritte Zahl/ durch eine gewisse Zahl vermehret/ vnd die andere vnd vierdte gleichfals. Wenn als denn das Product der ersten grösser ist / denn das Product der andern. Das Product aber der dritten nicht grösser ist / denn das das Product der vierten/so hat die erste Zahl eine grössere Proportion gegen der andern / denn die dritte gegen der vierten. Als es seyn vier *Quantiteten* 5. 6. 3. 4. die seyn nun nicht proportionirt/das ist/sie stehen nicht in gleicher Proportion / wie man denn solche nach der Lehr der sechsten Beschreibung examiniren mag.

Nun vermehr ich 5. als die erste mit 4. kompt das Product 20. vnnd 3. als die dritte/ kompt 12. Hinwiderumb die andere/als 6. mit 3. kompt 18. vnd die vierdte/ als 4. kompt 12. Allhier ist das Product der ersten grösser / denn das Product der andern / aber das Product der dritten / ist nicht grösser denn das Product der vierdten/sondern seyn gleich / derhalben auch die Proportion der ersten/gegen der andern grösser ist / denn der dritten/ gegen der vierdten. Solches ist auch leichtlich zuverstehen / wenn mans in brochene Zahl setzet / also: $\frac{5}{6}$. $\frac{3}{4}$. denn augenscheinlich/ daß der Bruch $\frac{5}{6}$. grösser ist / als der Bruch $\frac{3}{4}$. den in der nechsten mangelt nur $\frac{1}{6}$. in dem andern aber $\frac{1}{4}$. Also in Linien/ die vier Quantiteten seyn A, B, C, D, das Product deß A ist E, vnnd begreifft E das A dreymal / Wie auch das Product deß dritten/ als F das C dreymal begreifft. Also das Product von B ist G, von D ist H. Dieweil nun das Product E grösser ist als das Product der andern G, das Product aber F nicht grösser ist/ als H, sondern auch noch kleiner/derhalben so sage ich/daß die Proportion zwischen A vnd B, grösser sey / als zwischen C D.

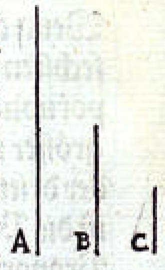


IX.

Eine Proportionalitet erfordert auff das wenigste drey Termin/oder bestehet in dreyen Terminen.

WAs Proportionalitet sey/ ist droben in der vierten Beschreibung genugsam erkläret worden / nemblich eine vergleichung zweyer oder mehrer Proportionen. Item / daß zweyerley Proportionalitet sey / als *Continua* vnnd *Discreta*.

So sagt nun die Beschreibung/ daß die Proportionalitet auff das wenigst in drey Terminen bestehe/ das ist der Proportionalitet so *Continua* genennet wirdt/ in welcher der mittler Termin zweymal genommen wirdt: Als die Proportionalitet der drey Linien *A, B, C,* kan weniger nicht haben als diese drey *A, B, C,* denn wie sich helt *A* gegen *B,* also helt sich *B* gegen *C,* da denn die Lini *B,* zweymal genommen wirdt/ vnd wirdt erstlich gehalten gegen der ersten/ vnd denn hernach gegen der dritten. Denn was nur zween Termin erfordert oder hat/ das ist ein Proportion/ als *A, B,* ist nur ein Proportion/ wenn aber solche gegen *B C* gehalten wirdt/ so ist es ein Proportionalitet vnd erfordert auffs wenigst diese drey Termin/ *A, B, C,* In der *Discreta* oder abgesetzten Proportionalitet/ müssen auff das wenigste vier Termin seyn/ als wie sich helt *A* gegen *B,* so helt sich *C* gegen *D,* in welcher zwo abgesetzte Proportionen gegen einander verglichen werden.



X.

Wenn drey Quantiteten Proportionirt seyn/ so ist die Proportion der ersten gegen der dritten zweymal so groß/ als der ersten gegen der andern.

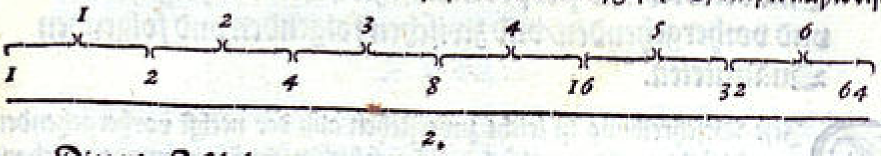
DAs ist/ die Proportion der ersten gegen der andern/ ist in der ersten gegen der dritten gedoppelt/ denn *Euclides* allhier nicht redet von den Proportionen/ ob sie ein gezweyte/ gedritte oder gevierte Proportion sey/ sondern die jenige Proportion/ so da ist zwischen der ersten vnd andern/ die ist zwischen der ersten vnnd dritten gedoppelt/ es sey für ein Proportion was da wölle/ zwischen der ersten vnd andern. Diese Beschreibung kan aber durch Exempel am besten verstanden werden/ als *2. 6. 18.* Nun sag ich daß in diesen dreyen Proportionirten zahlen/ die Proportion der ersten/ gegen der dritten/ als 2. gegen *18.* gedoppelt sey/ das ist die jenige/ so ist zwischen der ersten vnnd andern/ zweymal genommen sey. Als zwischen der ersten vnd andern Zahl/ ist ein gedritte Proportion/ denn dreymal 2. ist *6.* also dreymal *6.* ist *18.* daß also solche gedritte Proportion zwischen der ersten/ vnnd dritten zweymal genommen/ oder gedoppelt wirdt. Item/ *1. 2. 4.* seyn Proportionirte zahlen/ vnd ist zwischen *1.* vnd *2.* eine gezweyte Proportion/ also auch zwischen *2.* vnd *4.* vnd ist also solche gezweyte Proportion zwischen der ersten vnd dritten zweymal genommen.

XI.

Wenn vier Quantiteten Proportionirt seyn/ so ist die Proportion der ersten gegen der vierten dreymal so groß/ als die Proportion der ersten gegen der andern/ vnd also fortan.

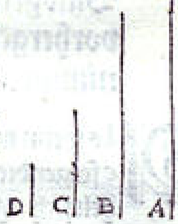
DAs ist/ wie in der nechsten Beschreibung gesaget/ die jenige Proportion/ so da ist zwischen der ersten vnd andern/ die ist zwischen der ersten vnd vierdten dreymal genommen. Also wenn fünff Proportionirte Quantiteten seyn/ so ist die Proportion der ersten gegen der andern/ viermal genommen/ zwischen der ersten vnd fünfften/ wie in zahlen *1. 2. 4. 8. 16. &c.* zu ersehen/ zwischen welchen ein gezweyte Proportion ist/ vnnd in zahlen *1. 3. 9. 27. 81.* zwischen welchen eine gedritte Proportion ist/ wenn man also die zahl/ von welcher die Proportion den Namen hat/ so sonst Nenner demonitator genennet wirdt/ nimmet/ vnnd die Zahl ordentlich darin vermehret/ so kan man die Proportionirte zahlen erlängern/ so lang man wil/

vnd so offtmals die Multiplication geschicht/so offt wird die Proportion genommen/ zwischen der ersten vnd dritten zweymal/zwischen der ersten vñ vierten dreymal/zwischen der ersten vñ fünfften viermal/vnd so fortan/ wie beygesetzt Exempel außweiset.



Die vnter Zahl als 2. zeiget an den Zähler / oder davon die Proportion den Namen hat. Die obern Zahl zeigen an/ wie offt solche genommen worden. Die mittlern seyn die proportionirte Zahl.

In Linien ist es gleich also/ als A, B, C, D, zwischen diesen vier Linien ist eine gezweyte Proportion/denn die Lini D, wird in C zweymal begriffen/vnd C in B zweymal/vnnd B in A auch zweymal/ solche Proportion ist zwischen der ersten D, vnnd dritten B, gedoppelt oder zweymal genommen/zwischen D aber/ vnd A als ersten vnd vierdten dreymal

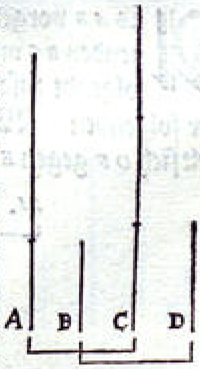


NOTA. Diese zwo Beschreibungen können gar wol für eine genommen werden/dieweil sie auch nur von einem Ding reden/wie sie denn *Clavius* zusammen gesetzet/ hab sie aber zertheilen wöllen/ weil sie auch in dem Griechischen Text zertheilt seyn.

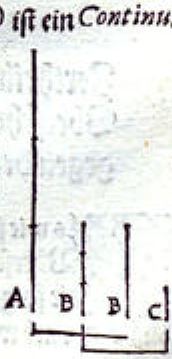
XII.

In proportionirten Quantiteten / seyn die vorgehenden mit den vorhergehenden/ die folgendten mit den folgenden/ gleich proportionirt.

Das Gritchische Wort ὁμόλογον, hab ich anderst nicht wissen zuverdeutschen / als gleich proportionirt / der Verstandt aber ist also. Es seyn vier proportionirte Quantiteten/ als Linien A, B, C, D, denn wie sich A helt gegen B, also C gegen D. Es werden aber allhier vorhergehenden genant A vnnd C, die folgenden B vnnd D, also in diesen vier proportionirten Linien/die zwo vorhergehenden A vñ C, vnd die zwo folgenden B vnd D, gleich proportionirt ὁμόλογα.



Also in Zahlen/ proportionirte Zahlen seyn / 12. 9. 8. 6. denn wie sich helt 12. gegen 9. also helt sich 8. gegegen 6. vnd seyn 12. vnd 8. als vorhergehende/vnd 9. 6. als folgendte gleich proportionirt. Gleich wie es nun geschicht *in proportionalitate Discreta* wie jetzt ist erklärt/ also geschicht es auch in Proportionnalitate *Cõtinua*. Als in dreyen proportionirten Linien A, B, C, (allein daß man die mittlern Linien zweymal rechne oder setze / vnd sey auch B.) ist ein *Continua* Proportionalitet. Denn wie sich helt A gegen B, also B gegen C, ist also in diesem Exempel B, mit dem A als vorhergehend / vnnd widerumb mit dem C, als folgendt gleich proportionirt. Also in zahlen 9. 3. 3. 1. wie sich 9. helt gegen 3. also 3. gegen 1. Ist 3. mit 9. als vorhergehenden/ vnd widerumb mit 1. als folgendem gleich proportionirt.



Vorherg:

9. 3. 3. 1.

Folgend:

X I I I.

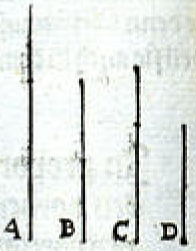
Eine verwechselte Proportion ist zwischen vorhergehenden/ vnd vorhergehenden/vnd zwischen folgenden vnd folgenden Quantiteten.

Diese Beschreibung ist leicht zuverstehen auß der nechst vorhergehenden/ denn dieselbigen Exempel sich durchauß hieher schicken/wenn nemblich vier proportionirte Quantiteten seyn/ vnnd man die erste gegen die dritten/ vnd die andern gegen die vierdten helt/ sie seyn entweder gleich oder vngleich/ nur daß sie proportionirt seyn.

X I V.

Vmbgekehrte Proportion ist/wenn man die folgenden für die vorhergehenden/ vnnd die vorhergehenden für die folgenden nimmet.

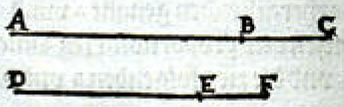
Als wenn man auß D vnd B vorhergehende/ vnd auß A vnd C folgendte machet/ vnnd sagt: wie sich D helt gegen B, also helt sich B gegen A.



X V.

Eine Zusammensätzung der Proportion ist/ wenn man beederseidts die vorgehent/ vnd folgendte zusammen/ gegen der folgendten allein schätzet.

Als AB vorgehend vnd BC folgende zusammen/ nemblich AC, gegen der folgenden BC vnd DE, vorhergehendt/ vnd EF folgendt zusammen/ nemblich DF gegen EF der folgenden. Wie sich helt AC gegen BC, also helt sich DF gegen EF also in Zahlen.



$$\underbrace{21.\qquad 8.}_{20.} \qquad\qquad \underbrace{6.\qquad 4.}_{10.}$$

gegen.   gegen.

8   4.

X V I.

Zertheilung der Proportion ist/ wenn man beederseidts den Vberschuß/vmb welchen die vorgehent die folgent vbertrifft/ gegen der folgenden helt.

Als wie sich helt AC gegen BC, also DF gegen EF: derhalben auch wie der Vberschuß AB, vmb welchen AC, als vorhergehendt grösser ist denn BC, die folgendt/ sich helt gegen der folgenden BC, also helt sich auch der Vberschuß DE, vmb welchen DF grösser ist als EF, gegen der folgenden EF. In zahlen.

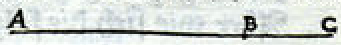
$\underbrace{16 \qquad 4}_{12} \qquad\qquad \underbrace{3 \qquad 2}_{6}$

Derhalben wie 12. gegen 4. also 6. gegen 2.

XVII.

Verwendung der Proportion/ ist/wenn man beederseidts die vorgehend helt gegen dem Vberschuß/vmb welchen die vorgehend die folgent vbertrifft.

Wie die gantze vnd vorgehent AC, sich helt gegen dem Vberschuß AB, vmb welchen AC, als vorgehent die folgent BC vbertrifft/ also helt sich die gantze vorgehendt DF, gegen dem Vberschuß DE, vmb welchen DF, die folgendt EF vbertrifft: In zahlen.



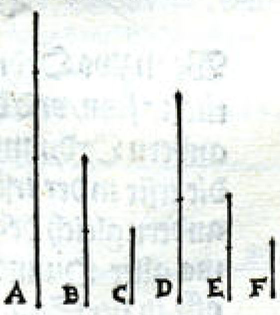
Wie $\underbrace{20.\ \text{gegen}\ 8.}_{12}$ also $\underbrace{10.\ \text{gegen}\ 4.}_{6}$

XVIII.

Gleichheit der Proportionalitet ist / wenn mehr als zwo Quantiteten/vnd in gleicher Meng oder Anzahl/auch andere Quantiteten seyn/ auch allzeit zwo gegen zwo in gleicher Proportion stehen / wie sich nun in den ersten Quantiteten/ die erste gegen der letzten helt/die mittlern hindan gesetzet/also helt sich auch in den andern Quantiteten / die erste gegen der letzten/ die mittlern widerumb hindan gesetzet.

Als es seyn drey Linien A,B,C, vnd in gleicher Proportion andere drey D,E,F, also wie sich A gegē B, vñ B gegen C helt/ so helt sich auch D gegen E, vnd E gegen F, vnd wie sich in den ersten Quantiteten oder Linien A, helt gegen C, hindan gesetzt die B, also helt sich auch in den andern Linien/ D gegen F, hindan gesetzt E.

Dieses geschicht aber auff zweyerley weiß. Als erstlich/ wenn man ordentlich jmmer zwey gegen zwey helt/ vnd so fort fehrt / vnd denn zum andern in verruckter Ordnung/wie jetzt sol erklärt werden.



XIX.

Ordentlich geschicht es/nemblich wie sich in der ersten Ordnung der Quantiteten/die erste gegen der andern/die ander gegen der dritten/vnd so fortan helt/ also helt sich in der andern Ordnung/auch die erste gegen der andern/vnnd die ander gegen der dritten/ ꝛc.

Als wenn sich in der nechstvorhergehenden Figur A helt gegen B, wie D gegen E, vnd wie B gegen C, also E gegen F, also in zahlen.

12. 6. 4. 6. 3. 2. 12. 6.
6 3
4 2

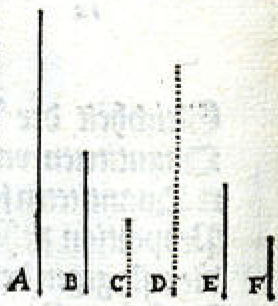
Ist gar leicht zuverstehen / wenn nemblich eine gleiche Proportion ordentlich wirdt gehalten / in beeden Ordnungen der Quantiteten.

XX.

Mit verruckter Ordnung geschicht es / wenn die vorgehend gegen dem folgenden / in der ersten Ordnung also helt / wie die vorgehent gegen dem folgenden / in der andern Ordnung. Aber wie sich die folgent der ersten Ordnung / helt gegen einer andern als dritten / also verhelt sich etwas anderst / oder eine andere Quantitet gegen dem vorgehenden der andern Ordnung.

Als wie sich helt A gegen B, also helt sich E gegen F, vnd wie sich widerumb helt B gegen C, also helt sich D gegen E, der vorgehenden.

Nach dem die Beschreibungen genugsam / als ich achte / nicht allein verdeutschet / sondern auch erkläret / so folgen nun die Propositionen.



THEOREMA I.

Die erste Proposition.

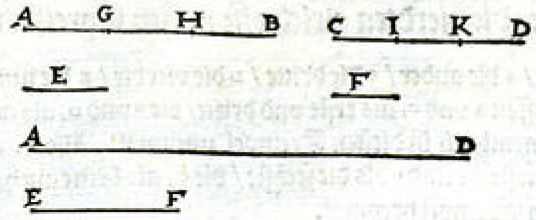
Wenn zwo Ordnung etlicher / doch gleicher Anzahl / Quantiteten seyn / vnd die erste der ersten Ordnung / in der ersten / der andern Ordnung / gleich etlichmal begriffen wirdt. Als so die erste in der ersten gleich dreymal / also auch die ander in der andern gleich dreymal / vnd so fortan. So wirdt die Summa aller Quantiteten in der ersten Ordnung / auch gleich so offt in der Summa aller Quantiteten der andern Ordnung begriffen werden.

Es seyn zwo Ordnung der Quantiteten / in der ersten seyn E, F, in der andern AB, CD, vnnd werde E in AB gleich dreymal begriffen / also auch F in CD dreymal. Nun sagt die Proposition / daß die Summa beeder Quantiteten der ersten Ordnung EF zusammen / als eine Quantitet / in der summa der Quantiteten AB, CD, zusammen / als der andern Ordnung / auch gleich dreymal begriffen werde.

Demonstration.

Wenn AB ist in drey gleiche Theil zertheilet / nach der grösse deß E, also auch CD in drey gleiche Theil nach der grösse deß F. Dieweil nun AG vnnd CI gleich

gleich ist dem E vnnd F, also auch GH, IK, vnd den zum dritten HB, KD, so folget das EF



zusammen auch in AD, als einer Lini gerad dreymal begriffen werde. In zahlen ist es noch leichter zuverstehn.

E Helt 5 / F 3 wirdt begriffen in AB 15 / CD 9 dreymal

EF 8 in AD 24 dreymal

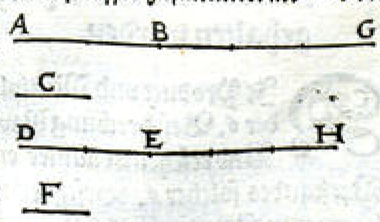
THEOREMA II.

Die II. Proposition.

Wenn sechß Quantiteten seyn/ vnd die erste die andern/ vnnd die dritte die vierdten/ gleich etlichmal in sich begreiffen/ wie auch die fünffte die andern/ vnd die sechste die vierdten. So wirdt die erste vnd fünffte zusammen/ die andern gleich so offt begreiffen/ als offt die dritte vnd sechste zusammen/ die vierdten in sich begreiffen.

Es seyn sechß Quantiteten/ die erste AB, die ander C, die dritte DE, die vierdte F, die fünffte BG, die sechste EH. Gleich wie nun AB, die andern C, vnnd die dritte DE die vierdte F zweymal in sich begreiffen/ vnnd wie die fünffte BG, die andern C dreymal vnd die sechste EH die vierdten F auch dreymal in sich begreiffen.

Also sagt die Proposition/ werde die erste vnnd fünffte zusammen als AG, die andern C gleich so offt begreiffen/ als offt die dritte vnd fünffte zusammen/ nemblich DH, die vierdte F in sich begreiffen. Denn AB begreifft C zweymal/ vnd BG dreymal/ also DE begreifft F auch zweymal/ vnd EH dreymal/ derhalben wie die gantze AG, die andern C fünffmal in sich begreifft/ also begreifft die gantz DH, die vierdte F auch fünffmal/ wie auß



beygesetzten Zahlen auch leichtlich kan verstanden werden/ denn C als 5. wirdt in AG, als 25. fünffmal begriffen/ also F, als 4. in DH, als 20. auch fünffmal.

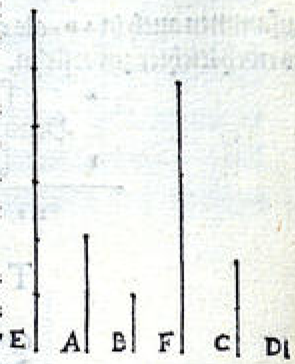
THEOREMA III.

Die III. Proposition.

Wenn sechß Quantiteten seyn/ vnd die erste die andern/ vnnd die dritte die vierten/ gleich offt in sich begreiffen: gleicher weiß/ wenn die fünffte die ersten/ vnd die sechst die dritten auch gleich

offt in sich begreiffen/so wird auch die fünffte/die ander/vnd die sechste/die vierdten gleich offt in sich begreiffen.

A Ist die erste/ B die ander/ C die dritte/ D die vierdte/ E die fünffte/ F die sechste. Nun begreiffen A vnd C, als erste vnd dritte/ die B vnd D, als andere vnd vierdte gleich offt in sich/ nemblich in diesem Exempel zweymal. Also E, als die fünffte begreifft die A als die erste/ vnnd F als die sechste/ die C, als dritte auch gleich offt in sich/ nemblich/ in diesem Exempel dreymal.



Nun sagt die Proposition/daß die fünfft/ als E, die andern als B, gleich so offt in sich begreiffe/ wie F als die sechste/die vierdte als D.

Dieweil A zweymal begreifft B, E aber das A dreymal/so folget/das E, das B sechßmal in sich begreifft: Also weil C das D zweymal in sich begreiffet/ F aber das C dreymal/so wirdt auch F das D sechßmal in sich begreiffen. In zahlen ist es noch leichter zuverstehen.

B helt drey/ A 6. wirdt also 3. in 6. zweymal begriffen. E 18. vnd 6. in 18. dreymal/ derhalben 3. in 18. sechßmal. Also D helt 2. C 4. wirdt D in C zweymal begriffen/ F 12. vnd 4. in 12. dreymal/derhalben 2. in 12. sechßmal/wie nun E das B sechßmal in sich begreiffet oder helt/ also F, das D 6. Sonst geschicht die gemeine Demonstratiõ dieser Proposition durch die andern/ als nechst vorhergehendẽ.

THEOREMA IV.

Die IV. Proposition.

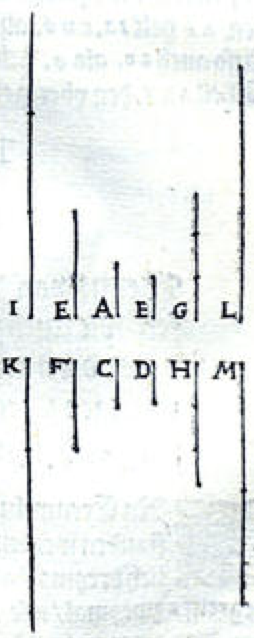
Wenn vier Quantiteten proportionirt seyn/ das ist/ wenn sich die erste helt gegen der andern/ wie die dritte gegen der vierdten/ so werden auch die Product der ersten vnd dritten/ gegen den Producten der andern vnd vierdten proportionirt seyn/ man gebrauch zur Multiplication/ was für Zahl man wölle/nur daß die Product gebürender weiß/gegen einander gehalten werden.

Die Product vnd Miltiplicirung/ muß man wider verstehen/ wie droben in der 6. Beschreibung ist weitläufftig vnd nach notturfft angezeiget worden. Vnd erscheinet allhier erst der rechte Nutz/ deß rechten vnnd eygentlichen Verstandes solcher 6. Beschreibung. Denn in Erklärung dieser 4. Proposition *Campanus, Orontius,* vnd Michael Holtzmann sehr geirret haben/ in dem sie nicht allein die 6. Beschreibung/sondern auch diese 6. Proposition *de proportionali excessu vel defectu* Vberschuß oder Mangel verstanden haben. Der rechte Verstand dieser vierten Proposition ist dieser: Weñ vier proportionirte Quantiteten seyn/vnd die erste vñ dritte/durch eine gewise Zahl vermehret werden/ also auch die andere vnd vierte nach der Lehr/so in der 6. Beschreibung ist geben worden. Daß alsdann das Product von der ersten Quantitet/sich halte gegen dem Product von der andern/ wie sich helt das Product von der dritten/gegen dem Product von der vierten Quantitet. Das ist/Ist das erste Product kleiner denn das ander/so muß auch das dritte kleiner seyn denn das vierdte/ist jenes gleich/so wird auch diß gleich seyn/ist es aber grösser/so wird auch dieses grösser seyn/sie seyn nũ kleiner/ gleich oder grösser/ so helt sich allzeit das erste Pro-

duct

duct gegen dem andern/ wie das dritte gegen dem vierdten/ man veränder die Zahl/ damit man multiplicirt wie man wölle. In Zahlen wil ichs deütlicher weisen. Es seyn vier proportionirte Zahlen. 2. 4. 3. 6. denn wie sich helt 2. gegen 4. also helt sich 3. gegen 6. Nun multiplicir ich 2. vnd 3. als erst vnd dritte durch 3. kompt 6. 9. 4. vnd 6. aber/ als andere vnd vierdte/ durch 2. kompt 8. 12. seyn in dieser Multiplication die zwey Product kleiner/ vnd helt sich doch das erste Product 6. gegen dem andern als 8. wie das dritte als 9. gegen 12. Zum andern/ multiplicir ich durch gleiche Zahlen/ als durch 4. kompt das erste vnnd dritte Product/ 8. 12. das ander vnd vierdte 16. 24. wie sich nun 8. helt gegen 16. also helt sich 12. gegen 24. vnd in diesem Fall allein/ als wenn man durch gleiche Zahl multiplicirt/ ist eine gleichheit der Proportion/ zwischen den Quantiteten/ vnd zwischen den Producten. Ferners multiplicir ich die erste vnd dritte mit 4. kom̃en 8. 12. die andere vnd vierdte mit 2. kommen 8. 12. Wie sich nun 8. helt gegen 8. also 12. gegen 12. seyn jetzt die Product einander gleich. Endtlichen multiplicir ich die ersten vnd dritten/ durch 5. kom̃en 10. 15. die andern vnd vierten/ durch 2. kom̃en 8. 12. seyn die ersten Product grösser/ vnd helt sich 10. gegen 8. wie 15. gegen 12.

Hierauß erscheinet nun eygentlich/ daß diese Proposition nicht handelt von gleichheit der Proportionen. Das ist/ wie sich helt die erste Quantitet gegen der andern/ also helt sich das Product von der ersten/ gegen dem Product von der andern/ welches nur allein geschicht/ wenn die Multiplication durch gleiche Zahl geschicht/ sondern sie saget/ daß auch die Product proportionirt seyn/ das ist/ daß wie sich das erste helt gegen dem andern/ also das dritte gegen dem vierdten/ es sey vor ein Proportion was es jmmer wölle. Wie in dem vorgesetzten Exempel klärlich zu ersehen. Da in einer jeden besondern Multiplication/ auch besondere Proportion sich finden.



Also in Linien/ es seyn vier proportionirte Linien/ als *A, B, C, D,* die Product von *A* vnnd *C* seyn *E, F,* von *B* vnd *D* seyn *G, H.* Nun sagt die Proposition/ daß auch diese 4. Product gegen einander proportionirt seyn/ vnd sich *E* helt gegen *G,* wie sich helt *F* gegen *H.* Das ist/ Ist *E* kleiner/ als *G,* so wirdt auch *F* kleiner seyn den *H,* ist es aber gleich/ so ist auch dieses gleich/ ists endtlichen grösser/ so wirdt auch dieses grösser seyn/ es geschehe die Multiplication oder vermehrung der Quantiteten wie sie wölle: *E* gegen *A,* vnd *F* gegen *C,* helt sich in gezweyter Proportion. Aber *G* gegegen *B,* vnd *H* gegen *D* in gedritter Proportion/ Wenn man aber diese vier Linien gleich offt/ das ist/ durch eine Zahl vermehret/ als zum Exempel die durch 6. so seyn Product also/ von *A* ist *I,* von *C* ist *K,* von *B* ist *L,* von *D* ist *M.* In diesem Fall trifft es zu/ daß wie sich helt *A* gegen *B,* also helt sich *I* gegen *L,* vnd wie sich helt *C* gegen *D,* also *K* gegen *M,* wie in bey gesetzter Figur leichtlich zu ersehen.

Anhang.

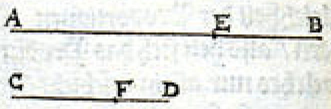
AVß dieser Proposition ist abzunehmen/ daß wenn man die vier proportionirt eine vmbkehre/ daß es dennoch alles/ beedes die ersten Quantiteten/ vnd denn auch die Product gegen einander proportionirt seyn: Als daß sich helt *B* gegen *A,* wie *D* gegen *C,* vnd das Product *G,* gegen dem Product *E,* wie *H* gegen *F,* vnd *L* gegen *I,* wie *M* gegen *K.* Ich hab diese Proposition weitläufftiger erklären wöllen/ wie auch droben bey der sechsten Beschreibung geschehen/ damit man desto baß den rechten vnd eygentlichen Verstandt dieser Proposition hab. Denn *Campanus, Orontius,* Michael Holtzmann/ vnd andere der Sachen nicht genug gethan haben/ wie zuvor ist angezeigt worden.

THEOREMA V.

Die V. Proposition.

Wann eine Quantitet ein andere gleich so offt in sich begreifft / als ein abgeschnidtener Theil der ersten / den abgeschnidtenen Theil der andern/so wirdt auch der vberige Theil der ersten Quantitet/ den vberigen Theil der andern so offt in sich begreiffen / wie offt die gantze erste / die gantze andere in sich begriffen hat.

IN Exempeln wirdt diese Proposition am besten verstanden. Die Lini AB, begreifft die Lini CD zweymal in sich / also auch der abgeschnidtene Theil EB, den abgeschnidtenen Theil FD zweymal / so wirdt auch der vberig Theil AE, den vberigen Theil CF zweymal begreiffen/nemblich so offt die gantze AB, die gantzen CD in sich begriffen hat. In zahlen sihet man die Warheit dieser Proposition gar leichtlich / ohne weitläufftig demonstriren/ AB helt 12. CD 6. also das CD, das ist 6. in AB, als 12. zweymal beschlossen wirdt. Also auch EB, als 4. helt FD, als 2. auch zweymal in sich / derhalben auch der vberig Theil AE 8. den vberigen Theil CF 4. zwymal in si ch begreifft.

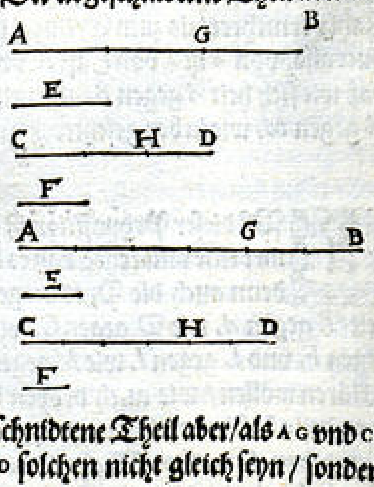


THEOREMA VI.

Die VI. Proposition.

Wenn zwo Quantiteten ander zwo gleich offt in sich begreiffen/wie auch zween abgeschnidtene Theil von solchen ersten/ die andern auch gleich offt in sich begreiffen / so werden die vberigen zween Theil/entweder den zweyen andern Quantiten gleich seyn/oder sie gleich offt in sich begreiffen.

In Exempeln kan auch diese Proposition am besten vnnd füglichsten verstanden werden/ AB vnd CD, begreiffen E vnnd F gleich offt in sich/als nemblich dreymal/ AB, die E vnd CD, die F. Der abgeschnidtene Theil aber AG, begreiff E zweymal/ wie auch der abgeschnidtene CH, die F zweymal. Nun sagt die Proposition/ daß die vberigen theil / als GB, vnd HD denn E vnd F, ein jede der andern in sonderheit/ als GB, der E vnd HD, der F, entweder gleich seyn/ oder dieselben gleich offt in sich begreiffe. Als im ersten Exempel seyn sie gleich / dieweil AB die E gleich offt in sich beschleisset/als dreymal/vnd ein jeder Theil derselben in sonderheit der E gleich ist/ derhalben auch GB, daß ein theil derselben dreyen ist/sich mit E vergleichet. Also auch HD mit F.



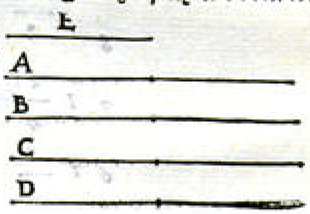
Im andern Exempel begreiffet AB vnd CD, die Linien E vnd F gerad fünffmal in sich/ die abgeschnidtene Theil aber/als AG vnd CH dreymal/ derhalben die vberigen Theil GB vnd HD solchen nicht gleich seyn / sondern sie gleich zweymal in sich begreiffen/ als GB das E, vnd HD das F.

THEOREMA VII.

Die VII. Proposition.

Alle gleiche Quantiteten gegen einer Quantitet geschätzet/ seyn in einer Proportion/oder haben einerley Proportion. Also eine Quantitet gegen gleiche Quantiteten gehalten/ hat auch einerley Proportion.

Diese Proposition ist gar leicht zuverstehen/ vnd vergleichet sich mit dem ersten gemeinen Verstandt bey dem ersten Buch. Die Linien A, B, C, D, seyn all einander gleich/ vnnd begreifft eine jegliche die E zweymal in sich/derhalben stehen sie alle in gleicher Proportion gegen der E, also stehet auch E gegen alle vier in gleicher Proportion.



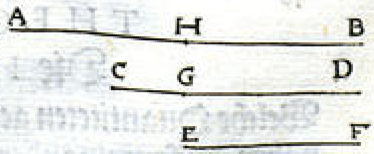
THEOREMA VIII.

Die VIII. Proposition.

Wenn zwo vngleiche Quantiteten gegen einer andern gehalten werden/ so wirdt die Proportion der grössern/ gegen derselben grösser seyn/ denn der kleinern. Hergegen wirdt dieselbig Quantitet eine grössere Proportion haben gegen der kleinern/denn gegen der grössern.

Die gemeine Demonstration bey denn Künstlern/ ist etwas schwer vnd verwirret/vnd geschicht durch die Product (*aequemultiplicia,*) ich wil aber dem günstigen Leser/den rechten Verstandt auff das kürtzte anzeigen.

Die zwo vngleiche Quantiteten seyn/ AB die grössere/ CD die kleiner. Die dritte aber gegen welchen diese zwo gehalten werden/ ist EF. Nun saget die Proposition das AB gegen EF eine grössere Proportion habe/ als die kleiner CD gegen EF. Vnd hinwiderumb das EF eine grössere Proportion hab/ gegen CD der kleinern/ denn gegen AB der grössern. Vrsach/ dieweil AB die EF zweymal in sich begreifft/ CD aber nur einmal/ vnnd mit dem Rest CG. Hergegen hat EF eine grössere Proportion gegen CD, denn gegen AB, vrsach daß EF nur vmb denn Rest oder Vberschuß CG kleiner ist als CD, aber nur halb so groß als AB. In Zahlen ist es noch leichter zuverstehen. Es seyn vngleiche Zahlen 27. vnd 24. vnd werden gehalten gegen 6. so sagt die Proposition/daß 27. ein grössere Proportion hab gegen 6. denn 24. Vrsach/ dieweil 27. das 6. fünffthalbmal $4\frac{1}{2}$. in sich begreiffet 24. aber nur viermal. Hergegen helt 6. gegen 24. ein grössere Proportion/als gegen 27. Denn es mangeln nur drey viertel/ das ist 18. zu Erfüllung der 24. wie bey gesetztes Exempel sampt der Proportion außweiset.



$$\left.\begin{array}{ll}27 & 4\frac{1}{2}\\ & \\ 24 & \frac{4}{1}\end{array}\right\}\text{gegen 6. vnd 6. gegen}\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{9}\,27\\ \\ \frac{1}{4}\,24\end{array}\right.$$

Das ist die Proportion 27. gegen 6. ist $4\frac{1}{2}$. aber 24. gegen 6. $\frac{4}{1}$ nun sihet man ja wol daß die Proportion $4\frac{1}{2}$. grösser ist denn $\frac{4}{1}$. Hinwidernmb die Proportion 6. gegen 27. ist $\frac{2}{9}$. das ist/ weil 3. in 27. neunmal begrieffen wirdt/so helt 6. solcher zwey theil. Aber die Proportion der 6. gegen 24. ist $\frac{1}{4}$. das ist 6. ist der vierte theil von 24.

Dieser Propositionwarheit bestehet aber nit allein in zweyen vngleichen Quantiteten/sondern auch in dreyen vnd mehr nach gefallen. Besihe nachfolgent Exempel.

10	$2\frac{1}{2}$	gegen 4	4 gegen	$\frac{2}{5}$ 10
9	$2\frac{1}{4}$			$\frac{4}{9}$ 9
8	2			$\frac{1}{2}$ 8
7	$1\frac{3}{4}$			$\frac{4}{7}$ 7
6	$1\frac{1}{2}$			$\frac{2}{3}$ 6
5	$1\frac{1}{4}$			$\frac{4}{5}$ 5
4	1			$\frac{4}{4}$ 4
3	$\frac{3}{4}$			$1\frac{1}{3}$ 3
2	$\frac{2}{4}$			$\frac{2}{1}$ 2
1	$\frac{1}{4}$			$\frac{4}{1}$ 1

Hie sihest du wie in der ersten Ordnung die Proportion ab nimmet /als die Proportion der 10. gegen 4. ist $2\frac{1}{2}$. der 9. aber nur $2\frac{1}{4}$. vnd also fortan. In der andern Ordnung nemen sie zu/als die Proportion der 4. gegen 10. ist $\frac{2}{5}$. gegen 9. nur $\frac{4}{9}$. denn $\frac{4}{9}$. ist vmb $\frac{1}{9}$. kleiner denn $\frac{2}{5}$. denn wenn sie solcher gleich were/ so müste sie seyn $\frac{4}{10}$. wie leichtlich zuverstehen.

THEOREMA IX.

Die IX. Proposition.

Welche Quantiteten gegen einer andern einerley Proportion haben/die seyn einander gleich. Vnd hergegen so eine Quantitet gegen etlichen andern Quantiteten einerley Proportion hat/so seyn dieselben auch einander gleich.

Diese Proposition ist nur die 7. vmbgekehret / bedarff keines weitern demonstrirens oder erklärens.

THEOREMA X.

Die X. Proposition.

Wen zwo Quantiteten gegen einer geschätzet oder gehalten werden / so ist vnter denselben beeden die grössest/ welche eine grössere Proportion machet. Die kleinest aber/gegen welche die dritte gehalten wirdt/eine grössere Proportion hat.

Diese Proposition ist auch nur die 8. Proposition vmbgekehret / bedarff auch weder Exempel oder Berichtens.

THEOREMA XI.

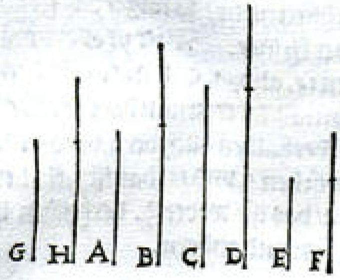
Die XI. Proposition.

Wie viel Proportion einer andern Proportion gleich seyn/ die sein alle vntereinander gleich.

WAs EUCLIDES zuvor in der siebenden Proposition/von den blosen Quantiteten gesagt/das bestettiget er allhier auch in den Proportionen. Als wenn ich sag.

6	Helt sich gegen	4	wie 3 gegen 2.
9		6	
12		8	
15		10	
21		14	

Derhalben so seyn diese Proportionen all einander gleich/ das ist/ wie sich helt 6. gegen 4. also 9. gegen 6. vnd 12. gegen 8. 15. gegen 10. vnd 21. gegen 14. da nemblich vberall die folgendte Zahl zwey drittheil der ersten begreiffet. Als 4. helt zwey drittheil deß 6. vnd 6. zwey drittheil der 9. vnnd so fortan. Also in Linien. A helt sich gegen B, wie G gegen H, also C gegen D, wie G gegen H. Vnd endtlich E helt sich gegen F, wie G gegen H, weil nun alle drey Proportionen zwischen AB, CD, EF sich mit der Proportion zwischen GH vergleichen/so vergleichen sie sich vntereinander/ weil aber G zwey drittheil der H helt/ so folget daß auch das A $\frac{2}{3}$. der B, vnd C $\frac{2}{3}$. der D, vnd E $\frac{2}{3}$. der F begreiffen. Sonst wirdt auch diese Proposition durch die Product (*æquemultiplicia*) demonstrirt vñ erkläret/ vermittelst der 6. Beschreibung/aber ich richte mich nach dem günstigen Leser/ damit derselbig die Sachen die an jhnen selbsten nicht schwer/ durch kurtze Erklärung vnd leicht verständliche Exempel verstehen lerne.



THEOREMA XII.

Die XII. Proposition.

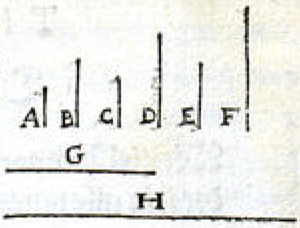
Wenn viel Quantiteten gegen einander in einerley Proportion stehen/ wie nun jede vorhergehende gegen jhren folgenden sich helt/also wirdt sich auch die Summa aller vorhergehenden/halten gegen der Summa aller folgenden.

MAn besehe nur diß folgende Exempel.

3	gegen	9
4		12
5		15
6		18
7		21
8		24
Summa 33		99.

Nemblich wie 1. gegen 3.

Stehen alle in einer gedritten Proportion: Also in Linien. A helt sich gegen B, wie C gegen D, vnd E gegen F. Derhalben auch, G als die Summa von A, C, E zusammen gegen H, als der Summa von dem folgenden B, D, F, denn wie A in B, vnd C in D, vnd E in F zweymal begriffen wirdt/ also auch G in H wirdt zweymal beschlossen.



THEOREMA XIII.

Die XIII. Proposition.

Wenn vier proportionirte Quantiteten seyn / vnnd zu denen noch zwo kommen/ aber in einer andern Proportion. Ist nun solche Proportion kleiner denn der dritten gegen der vierdten/ so wirdt sie auch kleiner seyn denn der ersten gegen der andern. Also ist sie grösser denn die eine / so wirdt sie auch grösser seyn als die andere.

DIese Proposition ist gar leicht zuverstehen/ auß der 11. Proposition. Denn weil die Proportion zwischen der ersten vnd andern / vnd zwischen der dritten vnnd vierdten einander gleich seyn / die aber zwischen der fünfften vnnd sechsten nicht / so folget daß sie allen beeden müssen vngleich seyn / sie sey nun grösser oder kleiner. Vier proportionirte Zahlen seyn/ 8. 12. 10. 15. denn wie sich helt 8. gegen 12. also 10. gegen 15. zu diesen kommen zwo andere/ als 5. 10. in einer andern Proportion/ dieweil nun diese der Proportion zwischen dem dritten vnd vierdten vngleich ist/ derhalben auch der zwischen dem ersten vñ andern. Allhier ist aber die Proportion zwischen 5. vnd 10. das ist $\frac{1}{2}$. kleiner denn die Proportion zwischen der dritten vnd vierten/ das ist/ weder $\frac{2}{3}$. derhalben ist sie auch kleiner denn die Proportion zwischen der ersten vnd andern.

Erste	andere		fünffte	sechste		
8.	12	ist die Proportion $\frac{2}{3}$	5	10	ist die Proportion	$\frac{1}{2}$. kleiner.
dirtte	vierdte					
10	15		8	10		$\frac{4}{5}$ grösser

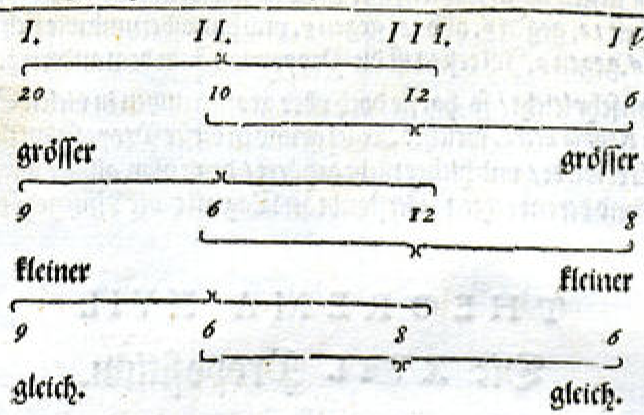
Also sey die fünffte vnnd sechste 8. 10. ist die Proportion $\frac{4}{5}$ grösser denn die Proportion zwischen der dritten vnd vierdten. Also auch grösser denn die Proportion zwischen der ersten vnd andern. Ist vnvonnötten in Linien solches zu weisen/ deñ die Sach gar leicht zuverstehen ist.

THEOREMA XIV.

Die XIV. Proposition.

Wenn vier Proportionirte Quantiteten seyn / vnnd die erste grösser ist denn die dritte/ so ist auch die ander grösser denn die vierdte. Ist sie kleiner/ auch kleiner/ ist sie gleich/ auch gleich.

Zu Erklärung besihe folgent Exempel.

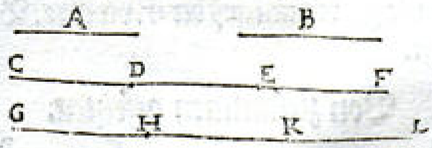


THEOREMA XV.

Die XV. Proposition.

Weñ zwo oder mehr Quantitetē gleich etlichmal genommen oder vermehret werden/ so halten sich die Theil solcher Product gegen einander/ wie die Product selbsten/ allein daß die Theil rechtmässiger weiß gegen einander genommen werden.

Als es seyn zwo Quantitet/ A vnd B gleich offt genommen/ das ist/ dreymal in diesem Exempel/ das Product von A ist CF, von B aber GL. Nun sag ich/ daß sich die Theil/ als CD gegen GH, vnd DE gegen HK, vnd EF gegen KL, oder CE



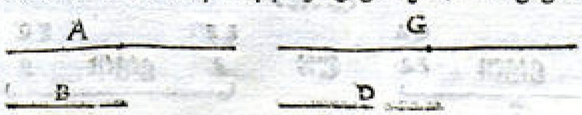
gegen GK, oder DF gegen HL verhalten/ wie sich die gantzen Product gegen einander verhalten/welches denn gar leicht zuverstehen/sonderlich nach Anleitung der 7. vnnd 12. Proposition. Denn weil CF in drey gleiche Theil zertheilet ist/ vnd ein jeder dem A gleich ist/ also GL auch in drey gleiche Theil/ vnd ein jeder dem B gleich. Wie nun sich A gegen B, oder derselben Product CF, vnd GL gegen einander halten/ also halten sich auch die Theil/so sie genommen werden/ wie ich im Exempel gewisen hab. Also in Zahlen A helt 10, B 15, das Product von A, als CF 30, von B, als GL 45. Wie sich nun 30. gegen 45. helt/ also 10. gegen 15. oder 20. das ist CE, oder F gegen 30. das ist GK oder HL.

THEOREMA XVI.

Die XVI. Proposition.

Wann vier Quantiteten proportionirt seyn/ so werden sie versetzet (enallax) auch proportionirt seyn.

Diese Proposition ist leicht zu verstehē/auß der 13. Beschreibūg. Es seyn 4. proportionirte Quantitetē A, B, C, D, also daß sich A gegē B helt/wie C gegē D, derwegē auch A



gegen C, wie B gegen D, in Zahlen sihet man es gar deütlich/ A helt 12. B 6. C 18. D 9. wie sich nun helt 12. gegen 6. also 18. gegen 9. vnd hinwiderumb wie sich helt A 12. gegen C 18. also 6. gegen 9. Im ersten ist die Proportion $\frac{2}{1}$. in dem andern $\frac{2}{3}$. Ob wol diese Proposition sehr leicht/ so hat sie doch vber grossen nutzen in vielen Sachen/ sonderlich in der *Regula detri*, welcher Regel grund in dieser Proposition stehet/ wie anderstwo erkläret wirdt/ vnd hieher nicht gehöret/ denn man allhier nur die Proposition erkläret/vnd deren rechten Verstandt an Tag gibt/ der Nutz gehöret anderstwo hin.

THEOREMA XVII.

Die XVII. Proposition.

Wann zusammen gesetzte Quantiteten proportionirt seyn/ so seyn sie zertheilte auch proportionirt.

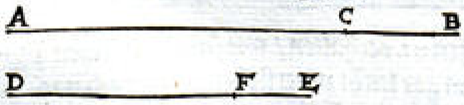
THEOREMA XVIII.

Die XVIII. Proposition.

Wann zertheilte Quantiteten proportionirt seyn/ so seyn auch die zusammen gesetzte proportionirt.

Die siebenzehende demonstrit EUCLIDES vnd *Clavius* durch die *æquemultiplicia*, vermittelst der 6. *definition*, die 18. aber durch *absurda* vngeräumbte Ding/die nicht seyn können. Aber der rechte Verstandt sampt eynfältigen Demonstration wirdt genommen auß der 15. vnnd 16. Beschreibung/ wie folgendt Exempel außweiset.

Von zusammen gesetzten.



$$\underbrace{\overset{AB}{16}\ \text{gegen}\ \overset{CB}{4}}_{\frac{4}{1}} \quad \text{wie} \quad \underbrace{\overset{DE}{12}\ \text{gegen}\ \overset{FE}{3}}_{\frac{4}{1}}$$

Oder:

$$\underbrace{\overset{AB}{16}\ \text{gegen}\ \overset{AC}{12}}_{\frac{4}{3}} \quad \text{wie} \quad \underbrace{\overset{DE}{12}\ \text{gegen}\ \overset{DF}{9}}_{\frac{4}{3}}$$

Von zertheilten.

$$\underbrace{\overset{AC}{12}\ \text{gegen}\ \overset{CB}{4}}_{\frac{3}{1}} \quad \text{wie} \quad \underbrace{\overset{DF}{9}\ \text{gegen}\ \overset{EF}{3}}_{\frac{3}{1}}$$

Oder:

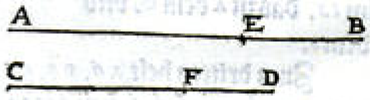
$$\underbrace{\overset{BC}{4}\ \text{gegen}\ \overset{CA}{12}}_{\frac{1}{3}} \quad \text{wie} \quad \underbrace{\overset{EF}{3}\ \text{gegen}\ \overset{FD}{9}}_{\frac{1}{3}}$$

THEOREMA XIX.

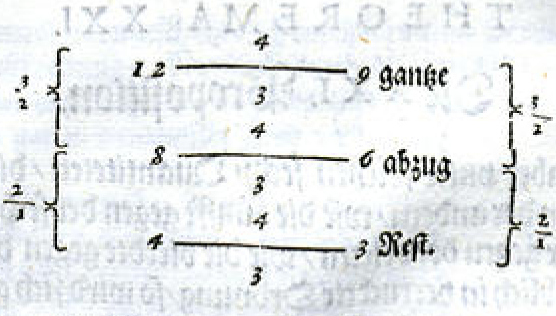
Die XIX. Proposition.

Wann von zweyen Quantiteten zwo andere genommen werden/also daß sich ein Abzug gegen dem andern helt/wie das gantze dem gantzen. So werden sich auch in solcher Proportion die Rest oder vberbliebene Theil gegen einander halten.

Die zwo Quantiteten seyn AB vnd CD, von AB neme man AE, vnd von CD, CF Also daß sich AE helt gegen CF, wie die gantze AB, gegen CD. So wirdt sich auch der Rest EB halten gegen dem Rest FD, wie sich die gantzen gegen einander gehalten haben. In Zahlen sihet man die warheit dieser Proposition gar klar.



Wie sich helt AB 12 gegen CD 9. Also helt sich auch AE 8. gegen CF 6. vnd der Rest EB 4. gegen dem Rest FD 3.



THEOREMA XX.

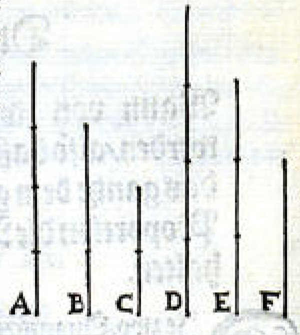
Die XX. Proposition.

Wann sechß Quantiteten also beschaffen seyn/daß wie sich die erste gegen der andern helt/also auch die vierdte gegen der fünfften. Item wie sich die ander gegen der dritten helt/also auch die fünffte gegen der sechsten. Wenn nun die erste grösser oder kleiner wirdt seyn/als die dritt oder ir gleich/ so wird auch die vierdte grösser oder kleiner seyn/ als die sechste/ oder ihr gleich.

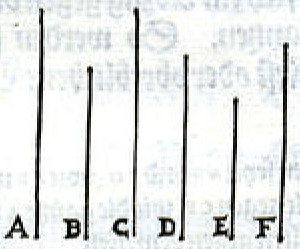
IN Exempeln ist diese Proposition am leichtsten zu verstehen/ vermittelst der 18. vnd 19. Beschreibung.

Es seyn sechß Quantiteten A, B, C, D, E, F, vnd helt sich A gegen E, wie D gegen E, vnd B gegen C, wie E gegen F. Ist nun A grösser als C, so wird auch D grösser seyn

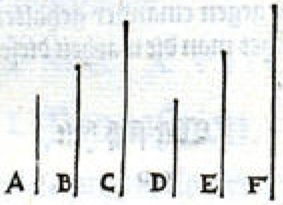
seyn den F, wie die erste Figur außweiset. Ist aber A dem C gleich/ so wirdt auch D dem F gleich seyn/ wie in der andern Figur zu ersehen. Ist aber A kleiner denn C, so wird auch D kleiner seyn denn F, wie die dritte beygesetzte Figur anzeiget. Also in Zahlen. A helt erstlich 12. B 9. C 6. D 16. E 12. F 8. allhier helt sich 12. gegen 9. wie 16. gegen 12. vnd 9. gegen 6. wie 12. gegen 8. wie nun 12. grösser ist denn 6. also 16. grösser denn 8.



Zum andern helt A 16. B 12. C 16. vnd D 12. E 9. F 12. hie helt sich wider 16. gegen 12. wie 12. gegen 9. vnd 9. gegen 12. wie 12. gegen 16. vnd weil 16. dem 16. gleich ist/ derhalben auch 12. dem 12. das ist A dem C, vnd C dem F.



Zum dritten helt A 6. B 9. C 12. D 8. E 12. F 16. wie sich 6. helt gegen 9. also helt sich 8. gegen 12. wie sich 9. helt gegen 12. also 12. gegen 16. vnnd weil A 6. kleiner ist den C 12. derhalben ist auch D 8. kleiner als F 16.



THEOREMA XXI.

Die XXI. Proposition.

Wann aber vnter solchen sechß Quantiteten/ die erst sich helt gegen der andern/ wie die fünfft gegen der sechsten/ vnd die ander gegen der dritten/ wie die vierdte gegen der fünfften/ nemblich in verruckter Ordnung/ so wird sich gleichwol mit der ersten gegen der dritten eins/ vnd denn mit der vierten vnd sechsten anders Theils verhalten/ wie die vorgehent Proposition außweiset.

Dieser Proposition Verstandt gehet auß der 20. Beschreibung.

Die gemeine Demonstration wirdt auß der 8. vnd 10. Proposition dieses Buchs genommen.

Die Erklärung ist diese:

Die sechß Quantiteten seyn widerumb A, B, C, D, E, F, wie sich nun helt A gegen B, also E gegen F, vnnd wie sich helt B gegen C, also D gegen E, in verruckter Ordnung. Wie sich nun A helt gegen C, also verhelt sich D gegen F, das ist/ ist jene kleiner/ grösser oder gleich/ also auch diese. Als in beygesetztem Exempel/ ist A kleiner denn C, also auch D denn F. Also könte man auch allhier drey Figuren machen/ wie in der nechst vorhergehenden Proposition geschehen ist. Aber ich wil es nur in Zahlen erweisen.

Erste	9	2	Vierdte
Andere	12	3	Fünffte
Dritte	18	4	Sechste

Wie sich helt 9. gegen 12. also helt sich 3. gegen 4. vnnd wie sich helt 12. gegen 18. also 2. gegen 3. vnd wie 9. kleiner ist denn 18. also auch 2. kleiner denn 4.

Erste	16	64	Vierdte
Andere	10	32	Fünffte
Dritte	5	29	Sechste

Grösser

Erste	36	6	Vierdte.
Andere	24	9	Fünffte.
Dritte	36	6	Sechste.

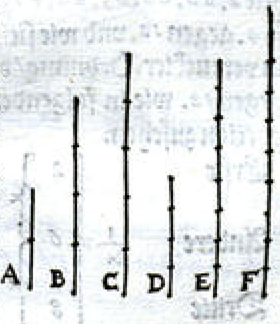
Gleich.

THEOREMA XXII.

Die XXII. Proposition.

Wann sechß Quantiteten sich laut der zwantzigsten Proposition / verhalten / so geschicht in solchen eine gleichheit der Proportionalitet / das ist / wie sich die erste gegen der dritten helt / also die vierdte gegen der sechsten.

Die Demonstration geschicht auch durch die vierdte Proposition / vnd sechsten Beschreibung. Nemblich durch die Product (*aequemultiplicia*,) wenn man aber solches in allen Propositionen / wo es statt hat / widerholen wolte / würde es gar zu weitläufftig vnnd verdrießlich werden.

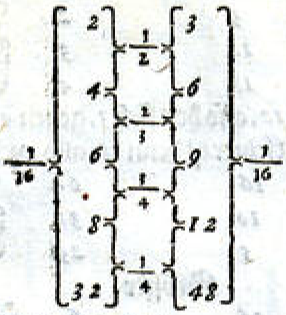


Die erste Quantitet ist A, die ander B, die dritte C, die vierdte D, die fünffte E, die sechste F. Wie sich nun helt A gegen B, also helt sich D gegen E, vnd wie B gegen C, also E gegen F, vnd schließlichen / wie sich A gegen C helt / also D gegen F, hindangesetzet die beede mittlern Quantitet B vnd E, oder was für ein Proportion hat A gegen C, eben ein solch Proportion hat D gegen F, sie seyn nun kleiner / grösser oder gleich / wie in der 20. Proposition ist gesaget worden / also in Zahlen.

$$\frac{1}{3}\left\{\begin{array}{c}2\\ \\4\\ \\6\end{array}\right.\begin{array}{c}\frac{1}{2}\\ \\ \frac{2}{3}\end{array}\left\{\begin{array}{c}5\\ \\10\\ \\15\end{array}\right\}\frac{1}{3}$$

Was für ein Proportion ist zwischen 2. vnd 4. ein solche ist zwischen 5. vnd 10. nemblich $\frac{1}{2}$. vnd was für ein Proportion ist zwischen 4. vnd 6. ein solche ist auch zwischen 10. vnd 15. nemblich $\frac{2}{3}$. Derhalben auch was für ein Proportion ist zwischen 2. vnd 6. ein solche ist auch zwischen 5. vnd 15. nemblich $\frac{1}{3}$.

Es ist aber zuwissen / daß dieser Proposition warheit nit allein in 6. Quantiteten bestehe / sondern in so vielen als man wil / nur daß allzeit zwo gegen zwo in rechter Ordnung vnd gleicher Proportion stehen: Item / es ist nicht vonnöten / daß einerley Proportion durchauß sey / sondern es mögen so vielerley Proportion seyn als immer wollen / wie beygesetzt Exempel außweiset.



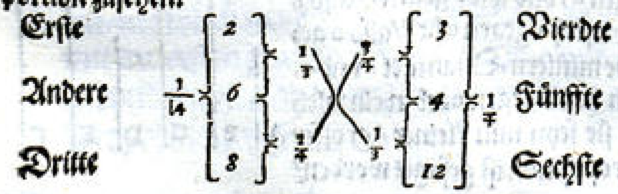
In diesem Exempel ist allezeit zwischen zweyen vnd zweyen ein besondere Proportion/ als zwischen 2. vnd 4. 3. vnd 6 $\frac{1}{2}$. zwischen 4. 6. vnd 6. 9. $\frac{2}{3}$. zwischen 6. 8. vnd 9. 12 $\frac{3}{4}$. zwischen 8. 32. vnd 12. 48. $\frac{1}{4}$. vnd stehen doch endtlich die äussersten/ als 2. 32. vnd 3. 48. in gleicher Proportion/ als $\frac{1}{16}$. wie 2. in 32. sechtzehenmal begriffen wird/ also 3. in 48. Also mag man die Zahlen oder Quantiteten erlängern/ oder vermehrẽ nach gefallẽ/ allein daß allzeit zwischen zweyen vñ zweyen eine gleiche Proportion sey.

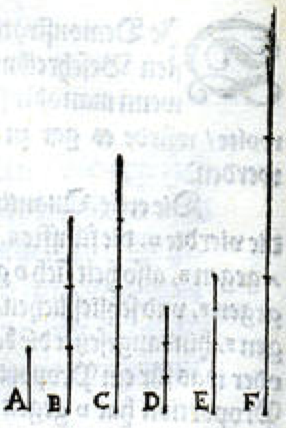
THEOREMA XXIII.

Die XXIII. Proposition.

Gleiches ist von solchen sechß Quantiteten zuverstehen/ wañ sie sich verhalten/ wie die 21. Proposition außweiset.

ALs es seyn sechß Quantiteten A, B, C, D, E, F, vnnd helt sich A gegen B, wie E gegen F, vnd B gegen C, wie D gegen E, nemblich in verruckter Ordnung. Also helt sich auch A gegen C, wie D gegen F. In Zahlen/ A helt 2. B 6. C 8. D 3. E 4. F 12. Wie sich helt 2. gegen 6. also 4. gegen 12. vnd wie sich helt 6. gegen 8. also 3. gegen 4. in verruckter Ordnung/ derhalben auch 2. gegen 8. wie 3. gegen 12. wie in folgender Satzung der Zahl vnd Proportion zusehen.





THEOREMA XXIV.

Die XXIV. Proposition.

Wann vnter sechß Quantiteten sich die erste helt gegen der andern/ wie die dritte gegen der vierdten/ vnd helt sich auch die fünffte gegen der andern/ wie die sechste gegen der vierdten/ so wirdt auch die erste vnd fünffte zusammen gegen der andern sich halten/ wie die dritte vnd sechste zusammen sich gegen der vierdten halten.

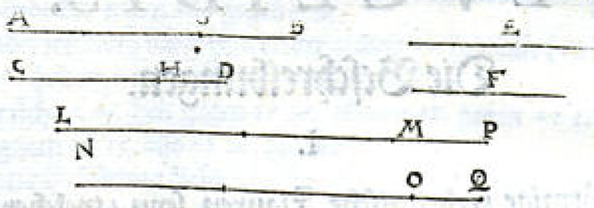
DIese Proposition ist durchauß die andere dieses Buchs/ allein mit diesem vnterscheid/ was alldar EUCLIDES von der vierfachen Proportion redet/ weñ nemlich eine Quãtitet die andern gerad etlichmal in sich begreifft/ das redet er allhier võ allerley Proportionẽ in gemein/ es begreiffe gleich eine die andern in sich/ wie jetzt gesagt/ oder nit/ nur daß sie proportionirt seyn/ wie die Proposition anzeiget. Man besehe die Exempel bey der andern Proposition.

THEOREMA XXV.

Die XXV. Proposition.

Vnter vier proportionirten Quantiteten/seyn allweg die grösste vnd kleinste grösser denn die zwo vberigen.

Es helt sich AB, gegen CD, wie E gegen F. AB ist die grössest/ F die kleinest. Nun saget die Proposition / daß diese zwo zusammen grösser seyn/ als CD vnd E zusammen: man schneide von AB ein theil AG, das dem E gleich sey / vnd von CD, das theil GH, das dem F gleich sey. Wie sich nun helt AB gegen CD, also helt sich auch



AG, das ist E gegen CH, das ist F. Derhalben auch der Rest GB gegen dem Rest HD: vnd weil AB grösser denn CD, derhalben auch GB den HD, weil nun AG gleich ist dem E, vnd CH dem F, so folget das AG vnd F zusammen/das ist/LM gleich sey dem CH vnd E zusammen/das ist/dem NO. So nun zu diesen gleichen/die zween vngleiche Rest GB vnd HD gethan werden/ vnd zwar GB, als den grössern zu AG vnd F, das ist zu LM, vnnd HD den kleinern zu CH vnd E, das ist zu NO, so folget das LP, das ist AB vnnd F zusammen grösser sey denn NQ. das ist denn CD vnd E zusammen/ denn MP ist gleich dem GB, vnnd OQ dem HD. In Zahlen sihet man es außtrücklich.

grössest kleinest

Wie 24. gegen 18. also 16. gegen 12.

Zum Beschluß vnd bessern Verstandt dieser Proposition / wil ich das Exempel in Zahlen auff die Demonstration der Linien richten.

AB helt 24. CD 18. E 16. F 12. der Abschnidt AG 16. der Abschnidt CH 12. der grösser Rest GB 8. der kleiner HD 6. AG vnd F zusammen/als 16. vnd 12. macht 28. das ist LM, also auch CH vnd E zusammen/ als 12. vnd 16. macht auch 28. das ist NO, den grössern Rest zu LM, kompt LP 36. den kleinen Rest zu NO, kompt NQ 34.

Ende deß fünfften Buchs Euclidis.

Das 6. Buch
EVCLIDIS.

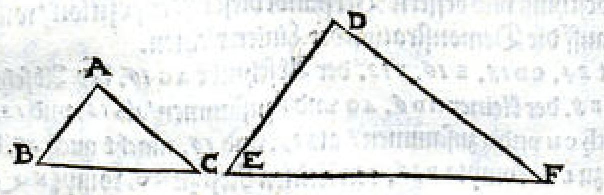
Die Beschreibungen.

I.

Gleichförmige rechtlinische Figuren seyn / welcher Winckel insonderheit einander gleich seyn / vnd die seiten / so solche gleiche Winckel beschließen / proportionirt seyn.

Erklärung.

IN den zweyen beygesetzten Triangeln A B C vnd D E F, seyn die Winckel insonderheit gleich / als A ist gleich dem Winckel D, vnd B dem Winckel E, vnnd C dem Winckel F, so seyn auch die seiten proportionirt / das ist / wie sich die seite A B helt gegen der seiten D E, also helt sich die seiten A C gegen der seiten D F, vnd B C gegen E F. Oder wie sich helt A B gegen A C, also helt sich D E, gegen D F, vnd wie sich helt B C gegen C A, also helt sich E F gegen F D. Derhalben seyn diese zwo Figur gleichförmig / A B helt 3. A C 4. B C 5. D E 6. D F 8. E F 10. Wie nun 3. gegen 6. also 4. gegen 8. vnd 5. gegen 10.



Gleiche Erklärung dieser *Definition* ist in vier oder vielseitigen Figuren.

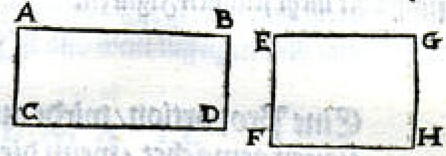
II.

Widersinns proportionirte Figuren seyn / wann das vorgehende der ersten gegen dem vorgehenden der andern / vnd das folgende der andern gegen dem folgenden der ersten in gleicher proportion stehet.

Erklärung.

Erklärung.

Dieweil diese Beschreibung auß dem Griechischen Text deutlicher vnd eygentlicher nicht hat können verdeutschet werden: Derhalben muß sie in Exempeln besser erkläret werden. Als beede beygesetzte Parallelogram seyn widersinns proportionirte Figuren / denn wie sich das vorgehende der ersten Figur/als AB, helt gegen dem vorgehenden der andern Figur EF, also helt sich das folgende der andern Figur FH, gegen dem folgenden der ersten Figur BD. Oder wie sich das vorgehende der ersten AB, gegen dem folgenden/oder jetzt auch vorgehenden der andern FH helt/also helt sich EF gegen BD.



Als AB helt *21*. BD *12*. EF *14*. FH *18*.

Wie sich AB *21*. helt gegen EF *14*. also FH *18*. gegen BD *12*. Oder wie sich helt AB *21*. gegen FH *18*. also EF *14*. gegen BD *12*.

Fernere Erklärung dieser Beschreibung in Parallelogrammen vnd Triangeln/wirdt der günstige Leser bey der *14*. vnd *15*. Proposition dieses sechsten Buchs finden.

III.

Proportzlich oder nach rechter Proportion/wirdt eine Lini in zwey Stück zertheilet / wann sich die gantze Lini gegen dem grössern Stück also verhelt / wie das grösser gegen dem kleinern.

Erklärung.

Die gegebene Lini ist AB, zertheilet in C, also/daß wie sich die gantze Lini AB, helt gegen dem grössern Stück AC, also verhelt sich das grösser Stück AC, gegen dem kleinen CB. In gemeinen *rational* Zahlen/ kan man kein Exempel dieser proportzlichen Zertheilung einer geraden Lini haben/ wie auch droben ist vermeldet/ vnd von dieser Zertheilung/ vnten in der *30*. Proposition dieses *6*. Buchs mehr folgen wirdt.

IV.

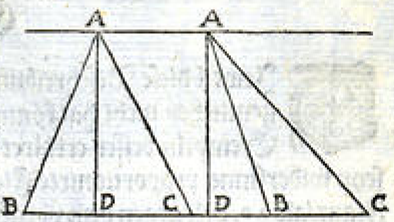
Die höhe einer jedwedern Figur wirdt angezeiget/durch eine Perpendicular Lini / so von jhrer Spitz oder höchsten Theil auff die grund oder boden seiten gezogen ist.

Erklärung.

Die Figur ist *ABC*, von seiner Spitzen oder höchstem Theil *A*, ziehe man die Perpendicular *AD* auff die grund oder boden Seiten *AB*, Solche zeiget an die Höhe dieser Figur. In der

 ersten

ersten Figur fället solche Perpendicular innerhalb / in der andern aber ausserhalb der Figur / vnd muß alsdenn die boden seiten erlängert werden biß in D, diese Perpendicular Lini / so die höhe einer jedwedern rechtlinischen Figur anzeigt / hat sehr grossen Nutz in der *Geometria*, wie zum theil zu ende deß andern Buchs ist angezeiget worden. Gleiches verstehe von vier / fünff oder mehr seitigten Figuren.



V.

Eine Proportion / wirdt auß zweyen oder mehrern Proportionen gemachet / wenn dieser Nenner in einander multiplicirt werden / samptlich solche Proportion geben.

Als die gezwölffte Proportion wirdt gemachet / auß 2. vnd 6. denn 2. in 6. multiplicirt / gibt die Proportion 12. oder auß 3. vnd 4. denn dreymal vier macht 12. Also die Proportion von 30. wird gemacht von der gezweyten / gedritten vnd gefünfften Proportion Dann 2. in 3. vermehret / gibt 6. vnnd 6. in 5. gibt 30. Stehet also $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{5}$. diese Nenner ordenlich in einander vermehret geben $\frac{1}{30}$. Also die gezweyte Proportion wird gemacht von diesen beeden $1\frac{1}{2}$. vnd $1\frac{1}{3}$. denn diese mit einander multiplicirt / geben 2. nemblich die gezweyte Proportion. Aber hievon hat sehr weitläufftig vnd vmbständtlich *Clavius* geschrieben.

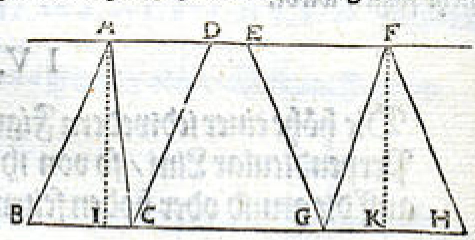
THEOREMA I.

Die erste Proposition.

Die Triangel so gleicher höhe seyn / die halten sich gegen einander / wie die Basis eines gegen der Basin deß andern sich verhelt: gleiches verstehe von den Parallelogrammen.

Erklärung.

DJe zween Triangel seyn ABC, FGH, haben gleiche Höhe oder Perpendicular Linien / als AI vnd FK. Nun saget die Proposition / daß sich der Triangel ABC, (verstehe seinen Innhalt /) verhalt gegen dem Triangel FGH, wie sich die Basis BC helt gegen der Basi GH, das ist / ist die Basis BC halb so groß als die Basis GH, so wirdt auch der Innhalt deß Triangels ABC halb so groß seyn / als der Innhalt deß Triangels FGH, also helt sich auch das Parallelogram ABCD gegen dem Parallelogram EGHF, wie sich dero Basis BC vnd GH gegen einander verhalten.



Demonstratio.

DEr beweiß dieser Proposition stehet vornemblich in der 35. 36. 37. 38. Proposition deß ersten Buchs. Nur daß man verstehe / wann Triangel oder Parallelogram gleicher höhe seyn / daß solche auch in Parallel Linien stehen.

hen. Vnd also gleichheit der höhen vor Parallel Linien zuvernemen. Dañ wie alldar erwisen worden / daß alle Triangel vnnd alle Parallelogram / so in Parallel Linien vnd auff gleichen *Basibus* stehen / einander gleich seyn / also wirdt solches auff die Proportion einer Basis gegen der andern allhier gerichtet. Nemblich seyn die höhe vnd Bases einander gleich / so werden auch die Triangel oder Parallelogram einander gleich seyn. Seyn sie in gleicher höhe / vnd ist eine Basis doppelt so groß als deß andern / so wird auch der Jnhalt desselben doppelt so groß seyn / als deß andern. Was demnach für einer Proportion zwischen den *Basibus* ist / solche ist auch zwischen dem Jnnhalt der Triangel oder Parallelogram. Jst also weitläufftigen vnd langweiligen demonstrirens gantz nicht vonnöten.

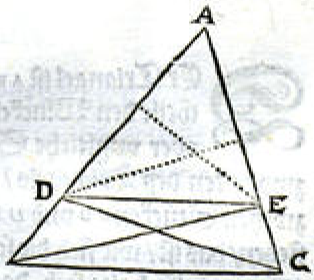
THEOREMA II.

Die II. Proposition.

Wann in einem Triangel einer seiten ein Parallel Linien gezogen wirdt / so zertheilet solche die andern zwo seiten proportzlich. Hinwiderumb / wann in einem Triangel eine Lini gezogen wirdt / vnd zwo proportzlich zertheilet / so ist solche gegen der dritten Parallel.

Erklärung.

JN dem Triangel *ABC*, wird der seiten *BC* eine Parallel Lini als *DE* gezogen / solche Lini sol nach vorgab der Proposition / die andern zwo seiten / als *AB* vnd *AC* in *D* vnnd *E* proportzlich zertheilen. Das ist / daß sich *AD* gegen *DB* helt / wie *AE* gegen *EC*, vnd wie sich helt *AD* gegen *AE*, also *DB* gegen *EC*. Diß ist nun der erste Theil dieser Proposition. Zum andern / Wann in dem Triangel *ABC* die Lini *DE*, die zwo seiten *AB* vnd *AC* proportzlich zertheilet / so sey solche der dritten seiten / als *BC* Parallel.



Demonstration.

MAn zihe die Lini *DC* vnnd *EB*, so werden die zween Triangel *DBE*, vnnd *DCE* einander gleich seyn / dieweil sie in Parallel Linien *DE* vnnd *BC*, vnd auff einer Basi *DE* stehen (37. Proposition deß 1. Buchs.) Derhalben wie sich der Triangel *ADE*, helt gegen dem Triangel *DEB*, also helt sich eben solcher Triangel *ADE* gegen *EDC*, (7. Proposition deß 5. Buchs.) Nun wie sich der Triangel *AED*, helt gegen dem Triangel *DEB*, also helt sich die Basis *AD*, gegen der Basi *DB*. Denn diese zween Triangel seyn gleicher höhe in *E*, so die gedüpfelte Perpendicular Lini / so von *E* auff die Basis *AD* oder *AB* fället / anzeiget (1. Proposition diß 6. Buchs.) Auß gleichen Vrsachen / wie sich der Triangel *ADE*, helt gegen dem Triangel *EDC*, also helt sich die Basis *AE*, gegen der Basi *EC*, Dieweil sie beede in gleicher höhe in *D* stehen / welche die gedüpfelte Perpendicular Lini / so von *D* auff die *AE* oder *AC* fället / anzeiget.

Der ander Theil wirdt also erwisen.

WJe sich *AD* helt gegen *DB*, also helt sich der Triangel *AED* gegen dem Triangel *DEB*, Jtem / wie sich helt *AE* gegen *EC*, also verhelt sich der Triangel *ADE* gegen

gegen dem Triangel *EDC*. Nun helt sich aber *AD* gegen *DB* wie *AE* gegen *EC*. Derhalben so wird sich der Triangel *AED* halten gegen dem Triangel *DEB*, wie ebenmessiger Triangel *ADE*, gegen dem Triangel *EDC*. Dieweil deñ nun der Triangel *ADE*, oder *AED* (welches denn eben eins ist) in gleicher Proportion gegen beede Triangeln/ als gegen *DEB* vnd *EDC* stehet/ so folget daß solche zween Triangel einander gleich seyn. Dieweil schließlichen diese zween gleiche Triangel als *DBE* vnd *DCE* auff einer Basi *DE* stehen/ so folget vnwidersprächlich/ daß sie auch in Parallel Linien stehen müssen/ vnd also die zwo Linien *DE* vnd *BC* einander Parallel seyn/ vermög der 39. Proposition deß ersten Buches.

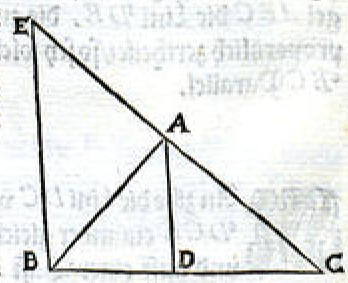
THEOREMA III.

Die III. Proposition.

So auß einem Winckel eines Triangels eine Lini biß auff die Basin gegen vber gezogen wirdt/ vnd solche Lini bemelten Winckel in zween gleiche Theil/ die Basin aber in zwey gleiche oder vngleiche Stück abtheilet/ so werden die vberigen zwo Seiten/ mit den zweyen Stücken der Basis in gleicher Proportion seyn: Vnnd hinwiderumb/ wenn die zwey Stück der Basis mit den vberigen zweyen seiten in gleicher Proportion seyn/ so wirdt vorgedachte Lini den Winckel in zween gleiche Theil zertheilen.

Erklärung.

DEr Triangel ist *ABC*, auß dessen Winckel *A* werde die Lini *AD* gezogen/ vnd theile den Winckel *A* in zwey gleiche theil/ die Basin *BC* aber in zwey gleiche oder vngleiche Stück. So sagt die Proportion/ es werden die vberigen zwo seiten deß Triangels/ als *AC* vnnd *AB* mit den zweyen Stücken *CD* vnd *DB* in gleicher Proportion stehen/ das ist/ wie sich die seite *AC*, helt gegen der seiten *AB*, also halte sich das Stück *CD* gegen dem Stück *DB*.



Demonstration.

MAn zihe auß *B* der Lini *AD* eine Parallel Lini/ biß daß sie mit der erlängerten Lini *CA* im Punct *E* zusammen stossen. Dieweil nun auff die zwo Parallel Linien *EB* vnd *AD*, die zwerch Lini *BA*, fället/ so seyn die zween Winckel *enallax*, *EBA* vnd *BAD* einander gleich. Derhalben auch der Winckel *EBA* dem Winckel *DAC*. Eben auß dieser Vrsach ist auch der Winckel *BEC*, gleich dem Winckel *DAC*, *internus externo, &c.* Derhalben so werden in dem Triangel *ABE*, die zween Winckel *E* vnd *B* einander gleich seyn/ also auch jhre vnterzogene seiten *EA* vnd *BA*. Dieweil nun in dem Triangel *ECB* der seiten *EB* die Lini *AD* Parallel ist/ so helt sich *EA* gegen *AC* wie *BD* gegen *DC*, vnd (wie gesagt/) weil *EA* vnnd *BA* einander gleich seyn/ so wirdt sich *BA* halten gegen *AC*, wie *BD* gegen *DC*, vnd also die zwo seiten *BD* vnd *DC*, in gleicher Proportion stehen.

Das ander Theil dieser Proposition wirdt also erwisen:

BA helt sich gegen AC, wie BD gegen DC, vnd BD helt sich gegen DC, wie EA gegen AC, derhalben werden BA vnnd EA einander gleich seyn / wie auch die zween Winckel E vnd EBA, diesem Winckel EBA ist gleich der Winckel BAD *enallax*, vnnd dem Winckel E, der Winckel DAC *internus externo, &c.* Werden also die zween Winckel BAC vnd DAC einander gleich seyn / wie die zween Winckel E vnd EBA. Ist demnach der gantze Winckel BAC, durch die Lini AD in zween gleiche Theil zertheilet.

Anhang.

WAnn in einem Triangel die drey seiten bekannt seyn / vnd man wil wissen / wie groß die Stück der Basis seyn / welche die Lini machen / so den Winckel gegen vber in zween gleiche Theil zertheilet. So *addir* man die läng der zwo seiten zusammen / vnnd setze ferner in die Regel Detri also: Wie sich diese Summa helt gegen der größ der Basis / also helt sich eine seite gegen dem Stück / so von solcher ende biß an die gezogene Lini gezogen wirdt. Exempel. AC, helt *9*. AB *12*. Basis BC *14*. die Summa von AC vnd AB ist *21*.

Stehet also:

21. gibt *14*. wie viel gibt *12*. macht *8*. BD.

Widerumb:

21. gibt *14*. wie viel gibt *9*. *6*. DC.

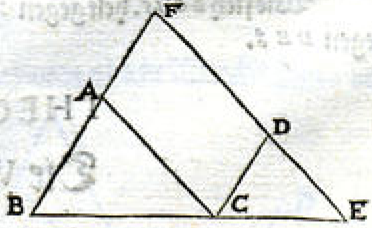
THEOREMA IV.

Die IV. Proposition.

Triangel / welcher Winckel / ein jeder dem andern insonderheit gleich seyn / oder Winckelgleiche / oder gleicheckichte Triangel / die haben Proportionirte seiten / Nemlich welche gleiche Winckel beschliessen / vnd welche gleichen Winckeln vnterzogen seyn / die stehen gegen einander in gleicher vnd einerley Proportion.

Erklärung.

DIe zween Triangel ABC, DCE haben alle Winckel einander gleich / einen jeden dem andern insonderheit / als BAC dem CDE, vnnd ABC dem DCE vnnd ACB dem DEC.



So sagt die Proposition / daß die seiten / welche gleiche Winckel beschließen / proportionirt seyn / das ist / wie sich AB helt gegen BC, so den Winckel ABC beschließen / also helt sich DC gegen CE, so den Winckel DCE beschließen / der denn dem vorigen gleich ist.

Also von den seiten / so die andere vnd gleiche Winckel beschließen / zuverstehen ist. Item / daß die seiten BC vnd CE, so den gleichen Winckeln BAC, vnd CDE vnterzogen / in einerley vnd gleicher Proportion stehen / mit den seiten AC vnnd DE, welche den gleichen Winckeln ABC vnd DCE vnterzogen seyn. Das ist / was für ein Proportion ist zwischen BC vnd CE, ein solche ist auch zwischen AC vnd DE, vnd zwischen AB vnd DC.

Demonstratio.

MAn setze oder stosse die zween Triangel also zusammen / daß die beede seiten BC vnd CE eine gerade schnurebene Lini machen / wie in der beygesetzten Figur zuersehen / man erlängere auch beede seiten BA vnnd ED, biß sie im Punct F zusammen stossen / werden also die zwo Linien BF vnnd CD, wie auch EF vnd CA gegen einander Parallel seyn / weil die Winckel FBC vnd DCE, wie auch FEC vnd ACB einander gleich seyn *interni externis &c.* Ist derhalben die vberlängte Figur ACDF ein Parallelogram / das ist AF ist gleich dem CD vnnd FD dem AC.

Daß nun AB sich gegen BC helt / wie DC gegen CE, das wirdt also erwiesen: In dem Triangel FBE wirdt der Lini FE, die Parallel Lini AC gezogen / Derhalben / wie sich BA helt gegen AF, also helt BC gegen CE, oder wie sich helt AB gegen BC, also helt sich AF gegen CE, das ist / CD gegen CE, dann AF vnd CD seyn einander gleich.

Daß aber BC sich helt gegen CA, wie CE gegen ED, wirdt also erwiesen:

In dem Triangel FBE, ist widerumb der Lini FB ein Parallel Lini CD gezogen. Derhalben / wie sich helt EC gegen CB, also ED gegen DF: Oder wie sich helt EC gegen ED, also helt sich CB gegen DF, das ist / gegen CA, dann CA vnnd DF seyn einander gleich.

Also wie sich helt BC gegen CE, so helt sich FD, das ist / AC gegen DE.

Anhang.

DIese Proposition ob sie wol schlecht anzusehen / so hat sie doch vber grossen nutz. Denn der grund der Lehr von Abmessung der Höhe / Tieffe vnnd Breite der Thürn / Festung / Felder / etc. So durch Quadranten Jacobstab / vnd andere darzu tügliche Instrumenten geschicht / stehet in dieser Proposition / da allezeit zween solche gleichförmige oder gleicheckichte Triangel müssen gemachet werden / wie hievon gantze deutsche vnd lateinische Bücher voll seyn / vnd allhier mit vielen Exempeln zu erklären gantz vnnötig achte / denn ich nicht den nutz / sondern die Demonstration vnnd rechten Verstandt dieser Proposition zusetzen vorgenommen hab.

Doch den anfangenden vnd vngeübten in der Geometri setze ich in Zahlen diß Exempel: In dem grössern Triangel ABC halten sich die seiten also: AB 9. BC 15. CA 12. In dem andern vnd kleineren aber CE 10. Nun auß Lehre dieser Proposition / wil ich die vberigen zwo seiten CD vnd DE finden / thu jhm also:

Wie sich BC 15. helt gegen CE 10. also helt sich AB 9. gegen DC 6. vnd AC 12. gegen DE 8.

THEOREMA V.

Die V. Proposition.

SO zweyer Triangel seiten gegen einander Proportioniret seyn (Wie inn der nechsten Vierdten Proposition

position erkläret/) so werden sie auch gleiche Winckel haben gegen einander/nemblich die/welchen gleicher Proportion seiten unterzogen seyn.

Diß ist nur die nechstvorgehende Proposition umbgekehrt/bedarff demnach keines besondern demonstrirens/denn eines auß dem andern unwidersprächlich folget.

THEOREMA VI.

Die VI. Proposition.

So in zweyen Triangeln ein Winckel eines gleich ist einem Winckel deß andern/auch die zwo seiten/so solche zween gleiche Winckel beschließen/gegen einander proportionirt seyn/so werden solche zween Triangel winckelgleich seyn/und auch diejenige Winckel einander gleich seyn/welchen die seiten/so in einerley Proportion stehen/unterzogen seyn.

Diese und folgende 7. Proposition/seyn nur fernere und umbständlichere Erläuterung der vorgehenden fünfften Proposition: Und ist diß die Summa und der Innhalt: Daß nemblich nicht müglich/wenn in zweyen Triangeln/ein Winckel eines gleich ist einem Winckel deß andern/und uber diß/die ubrigen seiten in einerley Proportion gegen einander stehen/daß nicht auch die ubrigen Winckel einander insonderheit solten gleich seyn.

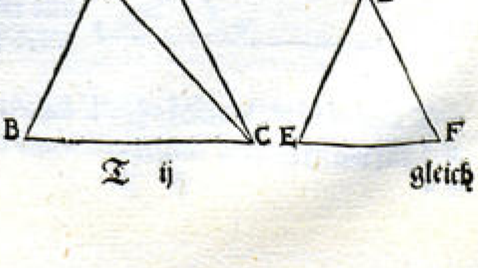
THEOREMA VII.

Die VII. Proposition.

Wann in zweyen Triangeln ein Winckel eines gleich ist einem Winckel deß andern/auch zwo seiten in jedwedern Triangel/welche andere zween gleiche Winckel beschließen/gegen einander proportionirt seyn/und beeder theils die ubrige Winckel so gegen einander gehalten werden/entweder kleiner oder grösser seyn als ein rechter Winckel: So müssen solche Winckel gleiche Triangel seyn/und die jenigen Winckel einander gleich haben/welchen die proportionirte seiten unterzogen seyn.

Erklärung.

Die zween Triangel seyn ABC, DEF, die zween gleiche Winckel seyn A und D, wenn nun die zwo seiten AC, CB, so den Winckel B beschließen/proportionirt seyn gegen den zweyen seiten DF, FE, so den Winckel F beschließen/und auch die zween ubrige Winckel/als B unnd E zugleich entweder grösser oder kleiner seyn/als ein rechter Winckel/so müssen solche zween Triangel winckel-



gleich seyn/das ist alle drey Winckel einen jeden dem andern insonderheit gleich haben/ vnd die jenigen Winckel einander gleich/ welchen die proportionirte seiten vnterzogen seyn/ wie in der nechsten Proposition angedeutet/ vnd in der vierdten diß demonstrirt worden.

Eines ist aber sonderlich bey dieser Proposition zumercken/nemblich/daß die zween vberige Winckel B vnd E zugleich grösser oder kleiner seyn müssen/ als ein rechter Winckel.

Denn man ziehe die Lini CG, daß sie der seiten CB gleich sey. Vnnd sey der Winckel G grösser als ein rechter/ E aber kleiner/ so werden nichts desto weniger die zween Winckel A vnd D einander gleich seyn/ vnd die zwo seiten AC, CG gegen den seiten DF, FE proportionirt/ aber darumb die zween Triangel ACG vnd DFE nicht winckelgleich seyn. Welches denn sonderlich bey dieser Proposition zumercken ist/ die andern Demonstration seyn auß der vierdten Proposition bekannt.

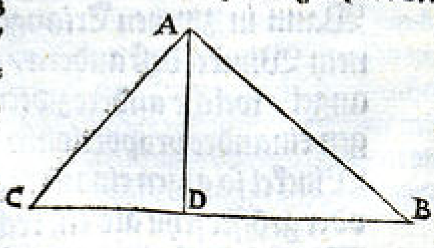
THEOREMA VIII.

Die VIII. Proposition.

So auß dem rechten Winckel eines winckelrechten Triangels/ein Perpendicular auff die Basin gezogen wirdt/ vnnd zween andere winckelrechte Triangel machet/ so werden solche/ beedes dem gantzen Triangel vnd sie selbsten vntereinander winckelgleich oder gleichförmig seyn.

Erklärung.

AVß dem rechten Winckel A, deß Winckelrechten Triangels ABC, werde auff die Basin BC die Perpendicular AD gezogen/ welche den gantzen Triangel in andere zween abtheilet/ als in ADC vnnd ADB, sagt die Proposition/ daß diese beede Triangel dem gantzen winckelgleich oder gleichförmich seyn/ wie auch sie selbsten vnter einander.



Demonstration.

DEnn in den zweyen Triangeln BAC vnd ADB, seyn die Winckel A vnnd D rechte/ derhalben einander gleich/so ist der Winckel B beeden gemein. Derhalben so wirdt der dritte Winckel C dem dritten Winckel BAD gleich seyn. Also in den zweyen Triangeln ADB vnd ADC, seyn die zween Winckel ADC vnd ADB rechte/vnd ist der Winckel C, gleich dem Winckel DAB, wie jetzt demonstrirt worden/ derhalben so wirdt auch der dritte Winckel DAC, dem dritten Winckel DBA gleich seyn. Die Demonstration stehet sonderlich in dem andern Theil der 32. Proposition deß I. Buchs/ vnd ist leicht zuverstehen.

COROL.

COROLLARIUM Anhang.

Die Perpendicular Lini stehet mitten in der Proportion zwischen den zweyen Stücken der Basis / vnnd iedwedere seiten stehet mitten in der Proportion / zwischen der gantzen Basin vnd dem Stück / so an die seiten stösset.

Denn wie sich helt BD gegen DA, als eben solche DA gegen DC.

Also wie sich helt BC, als die gantze Basis gegen der seiten BA, also eben solche seite BA helt sich gegen dem Stück DB, so im Punct B an die seite BA stosset. Also wie sich helt CB gegen die seiten CA, also CA gegen CD.

Es wirdt aber darumb gesaget / daß solche mitten in der Proportion stehe zwischen zweyen / dieweil sie in der Regel Detri zweymal genommen wirdt / vnnd in gleicher Proportion gegen dem vorgehenden vnd folgenden stehet.

NOTA. Wenn in einem winckelrechten Triangel / die drey seiten bekannt seyn / so find man die Perpendicular / vnd die Stück der Basi auff diese weiß: Quadrir die zwo seiten / so den rechten Winckel beschliessen / solche Quadrat dividir durch die länge der Basis / so kommen die größ der Stück der Basis herauß.

Exempel.

In obgesetztem winckelrechten Triangel seyn die drey seiten bekannt: Als AB 20. AC 15. CB 25. Quadrir AB kompt 400. AC 225. durch die Basin 25. dividir / kompt vor die läng deß Stückes CD 9. für DB 16. Die Perpendicular aber wirdt also gefunden:

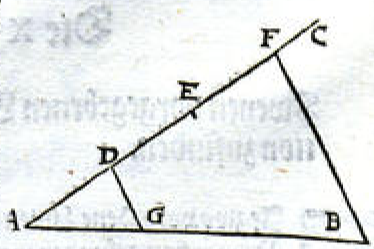
Multiplicir ein Stück der Basis mit dem andern / auß der Summa ziehe die gevierdte Wurtzel die zeiget die läng der Perpendicular. Als in vnserem Exempel multiplicir 16. mit 9. kompt 144. dessen gevierdte Wurtzel ist 12. die läng der Perpendicular AD.

PROBLEMA I.

Die V. Proposition.

Von einer vorgegebenen Lini einen gewißen begerten Theil abschneiden.

Die vorgegebene Lini ist AB, von dieser sol man den dritten Theil abschneiden / geschicht also: Auß A ziehe ich ein Lini / die einen Winckel mache mit AB, die sey AC. Diese Theil ich in so viel Theil von den A an / dessen einer in der Lini AB begeret wirdt / als in diesem Exempel in drey Theil / dieweil der dritte Theil begeret wirdt / die seyen nun AD, DE, vnd EF, auß dem F ziehe die Lini FB, dieser FB ziehe auß dem D, als dem dritten Theil der gantzen AF ein Lini DG, daß sie der Lini FB Parallel sey / so sag ich das AG sey der dritte Theil der gantzen Lini AB.



Die Demonstration ist auß der andern dieses Buchs bekannt / denn in dem Triangel ABF, wirdt der seiten BF ein Parallel Lini DG gezogen / derhalben wie sich helt

AD gegen DF, also helt sich AG gegen GB, oder wie sich helt AD gegen AF, also helt sich AG gegen AB.

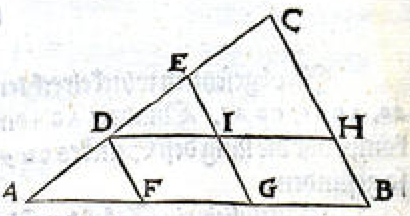
Es helt sich aber in diesem Exempel AD gegen AF, wie eins gegen drey. Derhalben auch AG gegen AB, wie eins gegen drey / derwegen weil AD, ist der dritte Theil der gantzen Lini AF, so wirdt auch AG der dritte Theil seyn der gantzen Lini AB, welches zuthun vorgegeben war.

PROBLEMA II.

Die X. Proposition.

Eine vorgebene Lini / nach der Proprotion der Stück einer andern zertheilten Lini / abtheilen.

Die zertheilte Lini ist AC in drey Theil abgetheilet in D, E, die vnzertheilte aber ist AB, welche auch in drey den vorigen proportionirte Theil sol abgetheilet werden / das geschicht also: Man stosse die zwo Linien in A zusammen / also daß sie ein Winckel machen / auß dem C werde ein Lini gezogen biß zu endt der Lini AB, die sey CB, dieser werde auß dem Punct D ein Parallel Lini gezogen / die sey DF. Nun sag ich / daß AF sich helt gegen FB, wie AD gegen DC (vermög der andern diß Buchs.) Item / auß dem Punct D, werde der Lini FB, ein Parallel Lini gezogen / die sey DH, darnach ziehe man auch die Parallel Lini EIG. Nun sag ich widerumb wie sich DE helt gegen EC, also DI oder FG gegen IH, oder GB, denn DH vnd FB, seyn einander gleich. Ist also die Lini AB im F vnnd G, den Stücken AD, DE, EC, der Lini AC in gleicher Proportion zertheilet. Die Demonstration stehet in der andern diß Buchs / vnd ist gar leicht zuverstehen.



Anhang.

Vß dieser vnnd nechst vorhergehender Proposition / wirdt ein leichte Art gelehret / wie man eine gegebene Lini / nach einer andern Lini / so in gleiche oder vngleiche Theil zertheilet ist / abtheilen kan. Ist nicht noht weitläufftiger hievon zureden oder lehren / denn die Sach an jhr selbsten sehr leicht zuverstehen ist / wie gesaget.

PROBLEMA III.

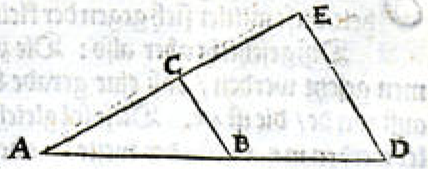
Die XI. Proposition.

Zweyen vorgegebenen Linien / die dritte in gleicher Proportion zufinden.

Die zwo vorgebene Linien seyn AB vnnd AC, soll jhnen die dritte in gleicher Proportion gefunden werden / das ist / was vor ein Proportion ist zwischen AB vnd AC, daß auch solche sey zwischen AC vnd der dritten / wenn AB vor die ersten genommen wirdt / oder was vor ein Proportion ist zwischen AC vnd AF,

ein

ein solche sol auch seyn zwischen AB vnd der dritten / vnnd wirdt in diesem fall AC vor die vorgehende genommen. Diß geschicht nun also: AB werde vor die vorgehende genommen: Man ordne diese zwo Linien AB vnd AC also / daß sie im Punct A zusammen stossen / vnd ein Winckel nachgefallens mit einander machen / man hänge die zwey end C vnd B, durch die Lini CB zusammen. Hernach erlängere man die vorgehende Lini AB biß in D, also das BD gleich sey der andern gegebenen Lini AC. Nachmals ziehe man auß dem Punct D eine Lini / die der Lini BC Parallel sey / vnd mit der erlängerten Lini AC im Punct E zusammen stossen. Dieweil nun in dem Triangel ADE, der seiten DE ein Parallel Lini BC gezogen ist / so wirdt sich AB halten gegen AC, wie BD gegen CE.



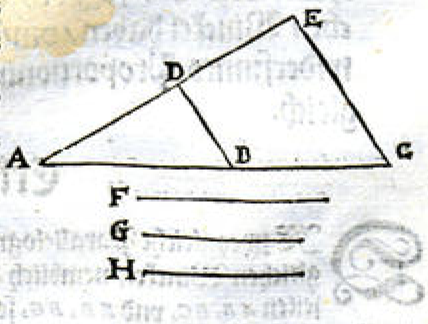
Es ist aber BD, der Lini AC gleich genommen worden. Derhalben / wie sich helt AB gegen AC, also helt sich AC gegen CE, vnd ist CE die dritte begerte Lini / welche sich helt gegen die Lini AC, wie AC gegen AB. In Zahlen: AB helt 16. AC 12. also auch BD 12. wirdt derowegen CE halten 9. denn wie sich helt 16. gegen 12. also 12. gegen 9.

PROBLEMA IV.

Die XII. Proposition.

So drey gegebene Linien seyn / die vierdte in gleicher Proportion zufinden.

DIe drey gegebene Linien seyn F, G, H, denen sol man die vierdte finden / daß sie in gleicher Proportion stehe. Nemblich daß sich die vierdte halte gegen H, wie G gegen F, oder wie F gegen G, also H gegen der vierdten. Man neme der Lini F, gleich die Lini AB, vnd der Lini G, die Lini AD, also daß sie ein Winckel in A machen. Man ziehe die Lini DB, vnd erlängere AB biß in C, also das BC gleich sey der dritten H. Man ziehe widerumb auß dem Punct C die Lini CE, also daß sie der Lini AD Parallel sey / vnnd mit der erlängerten Lini AD in E zusammen stosse. So sag ich daß DE, die vierdte begerte Lini sey / nach der andern Proposition deß sechsten Buchs. Denn wie sich helt AB, gegen AD, also helt sich BC gegen der vierdten vnd begerten Lini DE.



Es ist aber nicht vonnöten / daß die drey gegebene Linien müssen proportionirt seyn / wie Xylander vertirt hat: Sondern die Proposition redet von dreyen Linien / sie seyn gleich proportionirt oder nicht / derohalben auch im Griechischen Text EVCLIDES, das Wort (proportionirt) außgelassen hat.

PROBLEMA V.

Die XIII. Proposition.

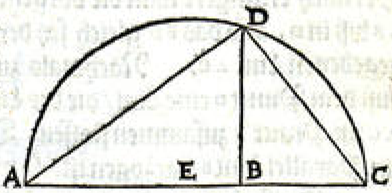
Zwischen zweyen gegebenen Linien eine mittel Proportionirte / oder Proportional mittel Lini zufinden.

Das

Das ist:

ZWischen zweyen gegebenen Linien eine finden/die in gleicher Proportion gegen allen beeden stehet / oder wie sich die länger Lini helt / gegen dieser mittlern/ also helt diese mittler sich gegen der kleinen Lini.

Diß geschicht aber also: Die zwo gegebene Linien seyn AB, BC sollen zusammen gesetzt werden / daß eine gerade Lini darauß werde / die ist AC. Diese sol gleich zertheilet werden in E, vnd in der weite EA oder EC, sol ein halber Circkel beschrieben werden / der ist ADC.



Ferners soll auß dem Punct B, der Lini AC ein Perpendicular Lini BD, biß in die Circumferentz D gezogen werden / diese Lini BD, ist die mittel Proportionirte oder Proportionalmittel Lini zwischen AB vnnd BC: Das ist/ wie sich AB helt gegen BD, also helt sich BD gegen BC, Man ziehe die zwo Linien AD vnd DC. Weil nun der Winckel ADC stehet im halben Vmbkreiß (*in semicirculo,*) so ist er ein rechter Winckel (31. Proposition deß 3. Buchs.) Weil auch auß dem rechten Winckel D ein Perpendicular Lini auff die Basin AC fället/ so wirdt solche die mittel proportionirte Lini seyn zwischen den zweyen Stücken der Basis/ als AB vnnd BC, vermög deß Anhangs bey der 8. Proposition dieses 6. Buchs/ welches zu erweisen war.

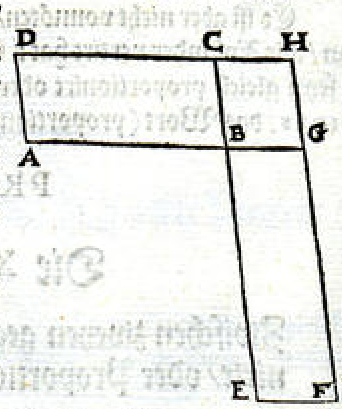
THEOREMA IX.

Die XIV. Proposition.

Parallelogram / so gleicher gröss sein / vnnd einen gleichen Winckel haben / derselben seiten / so den gleichen Winckel beschliessen / die seyn widersinns gegen einander Proportionirt. Hinwiderumb / so zwey oder mehr Parallelogram ein gleichen Winckel haben / vnnd die seiten / so solchen beschliessen / widersinnes Proportionirt seyn / die seyn auch einander gleich.

Erklärung.

DIE zwey gleiche Parallelogram seyn *ABCD* vnd *BEFG*, vnnd haben ein gleichen Winckel / nemblich *ABC* dem *EBG*, sagt die Proposition / daß die seiten *AB*, *BC*, vnd *EB*, *BG*, so den gleichen Winckel beschließen / gegen einander widersinnes Proportionirt seyn: Das ist/ Wie sich helt *AB* gegeu *BG*, also helt sich *EB* gegen *BC*. Die Demonstratio bestehet sonderlich in der ersten Proposition deß dritten Buchs: Man stosse oder setze diese beede Parallelogram / wo die gleiche Winckel *B* seyn/ also an einander / daß die zwo seiten *AB* deß Parallelograms *ABCD*, vnd *BG* deß Parallelograms *BGFE*, ein gerade Lini machen / so werden auch die andern zwo seiten / als *EB* vnd *BC* eine gerade Lini machen: Man erlängere *DC* vnnd *FG*/ biß sie im Punct *H* zusammen stossen/ so ist die Figur zur demonstration bereit.



Weil nun die zwey Parallelogram einander gleich seyn / so werden sie in gleicher Proportion gegen dem dritten Parallelogram *CBGH* stehen. Es helt sich aber das Parallelogram *ABCD* gegen dem Parallelogram *CBGH*, Wie sich die Basis *AB* helt gegen der Basi *BG*. Dann beede Parallelogram gleicher höhe seyn. Also auch helt sich das Parallelogram *BEFG*, gegen dem Parallelogram *BGHC*, Wie sich die Basis *EB* helt gegen der Basi *BC*, dann sie beede gleicher höhe seyn. Derohalben/ wie sich helt *AB* gegen *BG*, also helt sich *EB* gegen *BC*.

Der ander Theil wird also erwiesen: Weil sich *AB* helt gegen *BG*, wie *EB* gegen *BC*. Es helt sich aber *AB* gegen *BG*, wie das Parallelogram *AC* gegen dem Parallelogram *BH*. Also helt sich auch *EB* gegen *BC*, wie das Parallelogram *EG* gegen dem Parallelogram *BH*. Dieweil nun die zwey Parallelogram/ als *AC* vnd *EG* gegen dem dritten *BH* in gleicher Proportion stehen/ so werden sie auch einander gleich seyn.

In Zahlen ist es auch leicht zuverstehen. Die zwey gleiche Parallelogram halten 56. die seite AB 9. BC 6. EB 18. BG 3. Wie sich nun AB als 9. helt gegen BG 3, also helt sich EB als 18, gegen BC 6.

THEOREMA X.

Die XV. Proposition.

Triangel/ so gleicher größ seyn/ vnd einen gleichen Winckel haben/ derselben seiten/ so den gleichen Winckel beschliessen/ seyn widersinnes gegen einander Proportioniret. Vnd Triangel/ so ein gleichen Winckel haben/ vnnd die seiten/ so solchen beschliessen/ widersinnes Proportioniret seyn/ die seyn einander gleich.

DIE zween gleicher größe Triangel seyn ABC vnd DBE, die ein gleichen Winckel haben/ als ABC dem DBE, Derohalben werden die seiten AB, BC, vnd DB, BE widersinnes proportionirt seyn/ das ist/ Wie sich helt AB gegen BE, also DB gegen BC.

Man stosse die zween gleiche Winckel wider an einander/ wie in der nechsten Proposition ist geschehen: Man ziehe auch die Lini CE. Dieweil nun die zween Triangel DEB, vnnd BEC in gleicher höhe stehen/ wie die Perpendicular Lini EF anzeiget/ so wird sich der Triangel DEB gegen dem Triangel BEC halten/ Wie die Basis DB, gegen der Basi BC. Also/ weil die zween Triangel ACB, vnd BCE in gleicher höhe stehen/ wie die Perpendicular CG anzeiget/ so wird sich der Triangel ACB halten gegen dem Triangel BCE, wie die Basis AB gegen der Basi BE. Weil auch die zween Triangel ABC vnd DBE einander gleich genommen/ so wird sich AB halten gegen BE, wie DB gegen BC.

Der ander Theil wirdt demonstrirt/ wie zuvor in der nechsten Proposition/ nur das Triangel auß Parallelogrammen gemachet werden.

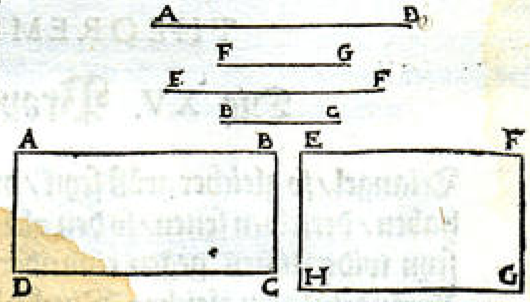
Sihet also der günstige Leser/ daß die Demonstration dieser beeden Proposition gantz vbereinstimmet/ were demnach gantz vnvonnöten solche allhier zu widerholen/ hab es aber der anfangenden halben thun wollen/ die in den Demonstrationen nicht viel geübet seyn.

THEOREMA XI.

Die XVI. Proposition.

Wann vier Linien Proportionirt seyn / so ist das Winckelrechte Parallelogram / welches von den zweyen äussersten Linien gemacht wird / gleich dem Winckelrechten Parallelogram / so von den zweyen mittlern gemacht wird. Hinwiderumb / wann das Winckelrechte Parallelogram / so von den zweyen äussern Linien gemacht wird / gleich ist dem Winckelrechten Parallelogram / so von den zweyen mittlern beschrieben wird / so seyn solche vier Linien Proportionirt.

DIe vier Proportionirte Linien seyn AB, FG, EF, BC, nemlich / wie sich AB helt gegen FG, also helt sich EF gegen BC. Das Parallelogram gemacht von AB vnnd BC, ist ABCD, von FG, vnd EF ist EFGH. Saget die Propositio / daß sie einander gleich seyn. Denn weil die zween Winckel / als rechte / A vnnd E einander gleich seyn / vnd die seiten / so solche Winckel beschließen / widersinnes Proportionirt seyn / so müssen sie auch / vermög der 14. Proposition diß 6. Buchs / einander gleich seyn.



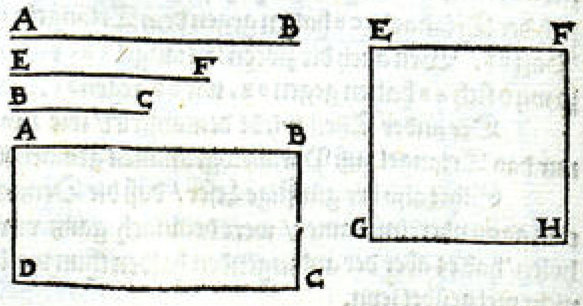
Eben auß solcher Proposition wirdt erwiesen / daß der gleichen Parallelogram seiten / so den gleichen Winckel beschließen / widersinns proportionirt seyn.

PROBLEMA XII.

Die XVII. Proposition.

Wann drey Linien Proportionirt seyn / so ist das Winckelrechte Parallelogram / so von den zweyen äussern Linien gemacht wird / gleich dem Quadrat / so von der mittlern Lini gemacht wird. Hinwiderumb / wann das Winckelrechte Parallelogram von den zweyen äussern Linien gemacht / gleich ist dem Quadrat / so von der mittlern gemacht wird / so seyn solche drey Linien Proportionirt.

DIE drey Proportionirte Linien AB, EF vnd BC, Das Parallelogram gemacht von den zweyen äussern Linien / ist ABCD, Das Quadrat aber von der mittlern Linien ist EFHG, diß soll von dem vorigen Winckelrechten Parallelogram gleich seyn.



Die

Die demonstration kompt mit der vorigen gantz vber ein/wenn man nur die mittlern zweymal nimmet/ so werden vier proportionirte Linien. Ist nicht noht solche Demonstration allhie wider zusetzen.

Nota. Es ist aber bey dieser vnd nechst vorhergehender Proposition zumercken/daß solche nicht allein Winckelrechte Parallelogram erfordern/sondern auch andere/ allein mit diesem beding/ daß nemblich solche Figuren winckelgleich seyn/vnnd an statt deß Quadrats ein *Rhombus* werde. Was aber ein *Rhombus* sey/ ist droben in den Beschreibungen deß ersten Buchs gesagt worden.

Anhang.

Hierauß ist auch offenbar/daß eine jedwedere Lini/kan zwischen zweyen andern in mittler Proportion stehen/ wann nemblich die andern zwey winckelrecht Parallelogram sich mit dem Quadrat der mittlern vergleichen. Wie hievon *Clavius* in seinem *Commentario*, vnd in *Geometria practica* viel vnd weitläuffig schreibet/was von Linien allhier gesagt wirdt/das verstehet man auch von Zahlen.

2	4	8
8	4	2
4	6	9
9	6	4.

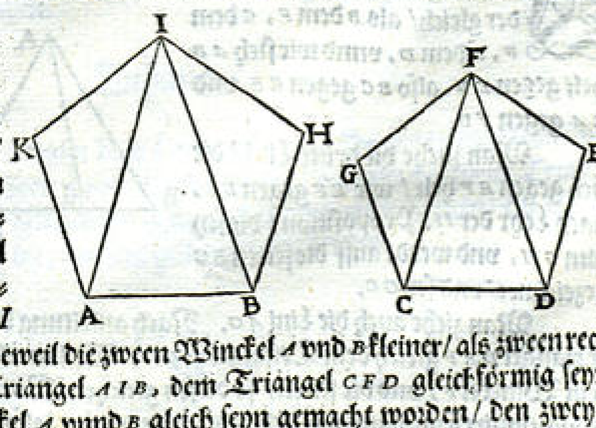
PROBLEMA VI.

Die XVIII. Proposition.

Auff eine vorgegebene gerade Lini/ eine rechtlinische Figur machen/ die einer vorgegebenen rechtlinischen Figur gleichförmig/vnd gleicher massen gestellt sey.

Auff die gegeben Lini *AB*, sol ein rechtlinische Figur gemacht oder beschrieben werden/welche der mittgegebenen rechtlinischen Figur *CDEFG*, gleichförmig vnd gleichermassen gestellt sey/das ist/daß alle Winckel dieser/allen Winckeln der andern gleich, vnd *AB* vnd *CD* in beeden Figuren die vnterste seiten seyn/ darauff beede Figur stehen.

Diß geschicht nun also: Man resolvier die vorgegebene rechtlinische Figur in jhre Triangula durch gerade Linien / so auß einem Winckel in ein andern gezogen werden / wie im ersten Buch ist gelehret worden/ Hernacher mache man den Winckel *A* gleich dem Winckel *C*, vnnd *B* dem Winckel *D*. Vnd man ziehe die Linien *AI*, *BI*. Welche in *I* werden zusammen stossen/ dieweil die zween Winckel *A* vnd *B* kleiner/ als zween rechte seyn. Wird also der Triangel *AIB*, dem Triangel *CFD* gleichförmig seyn/ Dann weil die zween Winckel *A* vnnd *B* gleich seyn gemacht worden/ den zweyen Winckeln *C* vnd *D*. So wird noth halben auch der dritte Winckel *I* gleich seyn dem dritten Winckel *F*.



Folgends mache man den Winckel IBH, gleich dem Winckel FDE, vnd den Winckel HIB, dem Winckel EFD. So nun die zwo Linien BH, vnd IH, welche mit der seiten IB bemeldte Winckel machen/ gezogen werden/ so werden sie im H zusammen stossen/ vnd ein Winckel machen/ der dem Winckel E sich vergleiche. Werden also widerumb inn dem Triangel HIB, die drey Winckel sonderlichen sich vergleichen den dreyen Winckeln deß Triangels EFD, als B dem D, I dem F, vnnd H dem E. Gleiches geschehe auff der dritten Lini AI, in dem Triangel AKI, also daß KIA gleich sey dem Winckel GFC, vnnd KAI dem GCF, vnnd endlichen K dem G. So wird der rechtlinischen Figur CDEFG auff die gegebene Lini AB die gleichförmige rechtlinische Figur ABHIK gestellet seyn. Dann weil in beeden Figuren alle Winckel einander gleich seyn/ ein jeder dem andern insonderheit/ so wird auch die gantze Figur ABHIK der gegebenen Figur gleichförmig seyn/ nach der Proportion die ist/ zwischen AB vnd CD, das ist/ Wie sich helt AB gegen CD, also wird sich auch BH gegen DE, HI gegen EF, IK gegen EG, vnd KA gegen GC verhalten.

THEOREMA XIII.

Die XIX. Proposition.

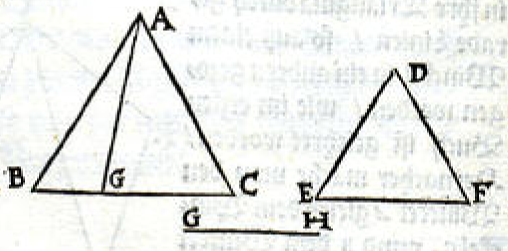
Gleichförmiger Triangel Proportion ist doppelt oder zwyfach/ gegen der Proportion der jenigen seiten/ so gegen einander gehalten werden.

Erklärung.

DAS was für ein Proportion ist zwischen der seiten BC vnd EF, die nemlich gegen einander gehalten werden/ solche Proportion ist zwischen dem Innhalt der gleichförmigen Triangel ABC, vnd DEF gedoppelt: Man muß aber allhie die gedoppelte Proportion verstehen/ wie droben in der 10. Beschreibung deß 5. Buchs ist erkläret worden.

Die Demonstratio ist also:

IN den gleichförmigen Triangeln ABC vnd DEF, seyn die Winckel einander gleich/ als B dem E, C dem F, A dem D, vnnd wie sich AB helt gegen DE, also BC gegen EF, vnd CA gegen FD.



Man suche die dritte Lini/ die sich gegen EF helt/ wie EF gegen BC, nach Lehr der 11. Proposition/ die sey nun GH, vnd werde auff die seiten BC gezeichnet/ vnd sey GC.

Man ziehe auch die Lini AG. Nach anleitung der 15. Proposition/ so ist der Triangel DEF gleich dem Triangel AGC, Weil nemlichen der Winckel C gleich ist dem Winckel F, vnd die seiten/ so diesen gleichen Winckel beschliessen/ widersinnes proportionirt seyn/ dann wie sich helt AC gegen DF, also helt sich EF gegen GC. Wird sich also der Triangel ABC in gleicher Proportion halten/ gegen den zweyen Triangeln DEF, vnd AGC.

Nun

Nun helt sich aber der Triangel ABC, gegen dem Triangel AGC, nach der Proportion BC gegen GC. Vnd weil die Proportion BC, gegen GC doppelt ist die jenige/ so zwischen BC vnd EF, Derohalben so wird auch der Triangel ABC, gegen dem Triangel AGC, das ist/ DEF in doppelter Proportion stehen/ der jenigen/ so zwischen BC vnd EF ist. Welches zuerweisen war.

Dieser Proposition beweiß ist etwas schwer/ vnnd muß man die sachen fein ordentlich betrachten/ wann man baldt zu rechtem verstandt derselben kommen will.

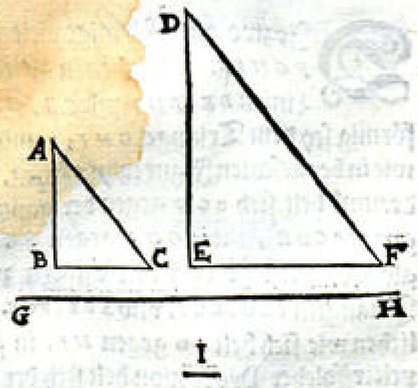
Damit ich aber auch hierinnen mehrern Bericht thue/ vnnd also den günstigen Leser besser vnterrichten möge/ will ich diese Proposition in Zahlen erklären/ wie folget: Ich will aber Winckelrechte Triangel nemen/ damit der Innhalt desto leichter gefunden/ vnnd die sachen an jhr selbsten/ desto besser möge verstanden werden.

Die zween gleichförmige Winckelrechte Triangel seyn ABC, DEF. AB helt 4. BC 3. AC 5. DE 8. EF 6. DF 10.

Nun saget die Proposition/ daß sich der Innhalt deß ersten Triangels/ als 6. gegen dem Innhalt deß andern halte/ in gedoppelter Proportion der Lini BC gegen EF. Die dritte Proportionirte Lini ist GH. Dann wie sich 3. helt gegen 6. also 6. gegen 12.. Nun sage ich also: Wie sich helt BC 3. gegen GH 12. also helt sich der Innhalt deß Triangels ABC gegen dem Innhalt 24. deß andern Triangels DEF. Solcher Innhalt kompt auch herauß/ so man 4. in 6. oder 3. in 8. vermehret.

Ein ander Exempel.

DIE seite EF sey 27. DE 36. DF 45. der Innhalt 486. Die seite deß andern Triangels BC 9. BA 12. AC 16. Die dritte Proportionirte Lini ist I 3. Dann wie sich helt 27. gegen 9. also helt sich 9. gegen 3. Derohalben wie sich 27. helt gegen 3. also helt sich der Innhalt 486. deß Triangels DEF, gegen dem Innhalt 54. deß andern Triangels ABC. Solcher kompt auch herauß/ wann man die seite BC 9. in die halbe seite AB, als 6. vermehret. Halte also darfür/ die Warheit dieser Proposition sey in Linien vnnd Zahlen gnugsamb demonstriret worden.



Anhang.

HJerauß ist offenbahr/ wann drey Linien ordenlich Proportioniret seyn/ vnd auff die ersten vnd andern zween gleichförmige/ vnd gleichgestellte Triangel gemachet werden/ so helt sich der Triangel auff der ersten/ gegen dem Triangel auff der andern/ wie sich die erste Lini helt gegen der dritten.

THEOREMA XIV.

Die XX. Proposition.

Gleichförmige vieleckichte rechtlinische Figuren werden auch in gleichförmige Triangel abgetheilet / einen in so viel als die ander / Ist auch solcher Triangel Proportion gegen der gantzen Figur beeder theils/einerley.

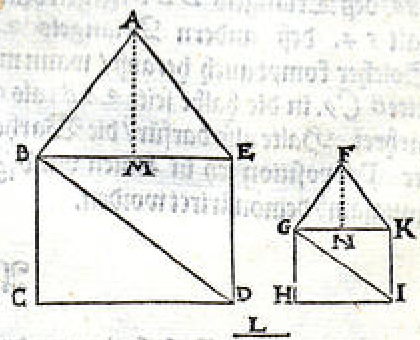
Item:

Wie sich eine seiten einer Figur / gegen der seiten der andern helt (gegen der sie nemlich Proportionirt ist / vnnd gehalten wird) in doppelter solcher Proportion / wird sich auch der Innhalt deiner gantzen Figur / halten gegen dem Innhalt der andern.

WAS EUCLIDES in der nechst vorhergehenden Proposition von Triangeln vorgeben vnd erwiesen / das erweiset vnnd richtet er allhier auff alle andere vieleckichte Figuren / welche in Triangel sollen resolviret werden / wie bekandt ist. Dann ein Triangel ist die erste vnter den rechtlinischen Figuren allen.

Erklärung.

DIe zwo gleichförmige vieleckichte rechtlinische Figuren seyn ABCDE, vnd FGHIK. Werden in gleichförmige drey Triangel abgetheilet / durch die Linien BE, BD vnnd GK, GI. Also nemlich daß der Triangel BCD gleichförmig sey dem Triangel GHI, vnnd BED dem GKI. Endlichen BAE dem GFK, wie in beygesetzten Figuren zuersehen. Widerumb helt sich BCD gegen der gantzen Figur ABCDE, wie GHI gegen FGHIK. gleiches verstehe von den andern zweyen Triangeln EBD, KGI, vnd ABE, FGK. Endlichen wie sich helt CD gegen HI, in gedoppelter/solcher Proportion helt sich der gantze Innhalt der Figur ABCDE, gegen dem innhalt der gantzen Figur FGHIK.



Die Demonstratio stehet in der nechstvorhergehenden Proposition / wann man nur allezeit/ zween gleichförmiger Triangel Innhalt gegen einander helt/als BCD gegen GHI, BED gegen GKI, vnd BAE gegen GFK. Wie ich jetzundt im Exempel mit Zahlen erweisen will.

In der ersten Figur halten sich die seiten / wie folget: AB, oder AE 20. BC oder ED 18. BE oder CD 24. BD 30. In der andern Figur / ist es alles halbirt/ als FG oder FK 10. GH oder KI 9. GK oder HI 12. GI 15.

Dieweil aber die seite CD in der ersten Figur/ vnd HI in der andern, allen dreyen Triangeln gemein ist. Denn BE ist der CD, vnd GK der HI gleich/so will ich durch diese Proportion aller Triangel / vnd also der gantzen Figur innhalt ersuchen/auff die weise/ wie in voriger Proposition gelehret worden.

Die dritte Proportionirte Lini ist L, nemlich 6. Dann wie sich CD 24. helt gegen

gegen HI 12. also helt sich HI 12. gegen L 6. Derohalben / wie sich CD 24. helt gegen L 6. also helt sich der innhalt deß Triangels BCD 216. (welcher durch die vermehrung der seiten CD in die halbe seite BC, oder hinwiderumb durch vermehrung der seiten BC in die halbe seiten CD gefunden wird) gegen dem innhalt deß Triangels GHI. Setze in die Regel Detri / so kompt der innhalt deß Triangels GHI 54. welcher auch herauß kompt / so die halbe seite HI 6. in die seite GH 9. vermehret wird / dann es seyn winckelrechte Triangel. Dieweil aber BCDE, vnnd GHIK winckelrechte Parallelogram seyn / vnnd durch den Diameter BD, GI in zween gleiche Triangel seyn abgetheilet / so wird der innhalt deß Triangels BED wider seyn 216. vnd deß Triangels GKI 54. Nemlich der vierdte theil deß vorigen / wie zuvorn: Der Triangel ABE, ist wider in solcher Proportion gegen dem Triangel FGK, wie in den andern zweyen gewesen. Dieweil die seite BE gegen GK, auch in gleicher Proportion stehet / vnd bleibet die dritte proportionirte seite L auch wie vor / nemlich 6. Denn Innhalt aber deß Triangels ABC zufinden / als der kein Winckelrechter ist / muß man zuvor die gedüpfelte Perpendicular AM fällen / welche ist 16. vnd derhalben der gantze innhalt deß Triangels ABC 192. Nun sage ich widerumb: Wie sich 24. helt gegen 6. also helt sich der innhalt 192. deß Triangels ABC, gegen dem Innhalt deß Triangels FGK. nemlich 48. Welcher auch herauß kompt / wenn man die Perpendicular FN fället / welche 8. helt. Bestehet also die Warheit dieser Proposition: Vnd ist auch / als ich achte / nach notturfft erkläret vnd demonstriret worden.

Anhang.

Hierauß ist auch offenbar / wann drey Linien in gleicher Proportion stehen / daß die rechtlinische Figur auff der ersten Lini / sich wird also gegen der Figur verhalten / so auff die andern Lini gleichförmig gestellet ist / wie sich die erste Lini gegen der dritten verhelt.

THEOREMA XV.

Die XXI. Proposition.

Alle rechtlinische Figuren / so einer andern rechtlinischen Figur gleichförmig seyn / die seyn auch vnter einander gleichförmig.

Es müste ein sehr einfältiger *Studiosus Geometriæ* seyn / der diese Proposition nicht verstehen solte / vnnd vergleichet sich sehr mit der allgemeinen wissenschafft deß 1. Buchs. Allein was allda von gleichheit der ding gesagt worden / das wird allhie von gleichförmigkeit solcher Figuren verstanden.

THEOREMA XVI.

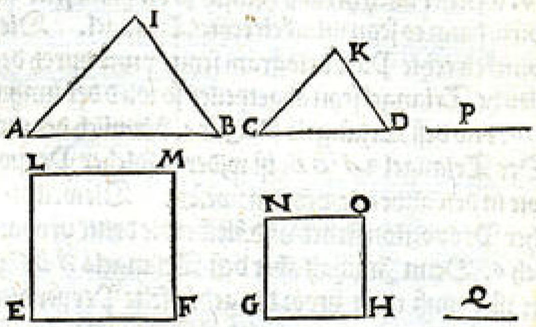
Die XXII. Proposition.

Wann vier Proportionirte Linien seyn / vnd auff solche gleichförmige vnd gleichgestelte Figuren gemacht werden / so werden solche auch Proportionirt seyn. Vnd hinwiderumb / wann auff vier Linien / vier Proportionirte vnd gleichförmige rechtlinische Figuren gestellet seyn / so werden solche Linien Proportionirt seyn.

Erklä-

Erklärung.

DIe vier Proportionirte Linien seyn *AB*, *CD*, *EF*, *GH*. Das ist/ wie sich *AB* helt gegen *CD*, also helt *EF* gegen *GH*. Auff die zwo Linien *AB* vnd *CD* werden zween gleichförmige Triangel gestellet/ welche seyn *AIB*, vnd *CKD*. Auff die andern zwo Linien *EF* vnd *GH*, werden die zwo gleichförmige Figuren gestellet/ als *EFLM*, vnnd *GHON*. Saget die Proposition/ daß auch diese vier Figuren Proportionirt seyn. Nemlich/ wie sich der Triangel *AIB* halt gegen *CKD*, also halt sich das Parallelogram *EFML*, gegen dem *GHON*. Dann es gilt gleich/ es seyen gleich Triangel/ oder andere gleichförmige/ vnnd gleichgestaldte Figuren/ nur daß allezeit zwey gleichgestaldte gegen einander gehalten werden/ wie allhier geschicht.



Die Demonstration gehet auß der 19. Proposition dieses Buchs: Man find den zweyen Linien *AB*, *CD* die dritte Lini/ die in gleicher Proportion mit jhnen stehe/ die sey *P*, also daß sich *CD* halte gegen *P*, wie *AB* gegen *CD*. Gleiches geschehe den Linien *EF*, *GH*, vnd sey *Q*. Wie sich nun helt die Lini *AB* gegen *P*, also helt sich der Triangel *AIB* gegen dem Triangel *CKD*. Nemlich in gedoppelter Proportion/ so zwischen *AB* vnd *CD* ist. Also/ wie sich *EF* helt gegen *Q*, so helt sich das Parallelogram *EM*, gegen *GO*, nemlich auch in gedoppelter Proportion/ so zwischen *EF* vnd *GH* ist. Derhalben was für ein Proportion ist zwischẽ den Triangeln *AIB* vnd *CKD*, ein solche ist auch zwischen den zweyen Parallelogram *EM* vnd *GO*, nemlich gedoppelt/ welches zuerweisen war.

Der ander Theil dieser Proposition ist leicht zuverstehen: Dieweil nemlichen die vier gleichförmige Figuren *AIB*, *CKD*, vnd *EM*, *GO* in gleicher Proportion/ vnd in gleicher gestaldt auff die Linien *AB*, *CD*, *EF*, *GH*, gesetzet oder gemachet seyn/ so müssen auch solche nothwendig gegen einander Proportionirt seyn.

In Zahlen ist es auch leicht zuweisen vnd zuverstehen. Die vier Proportionirte Zahlen seyn 6. 4. vnd 9. 6. Das ist/ Wie sich 6. helt gegen 4. also helt sich 9. gegen 6. Man Quadrir diese Zahl alle/ kompt von 6. 36. von 4. 16. von 9. 81. vnnd von 6. wider 36. Wie sich 36. helt gegen 16. also helt sich 81. gegen 36. Ob wol in Quadraten ein andere Proportion herauß kompt/ als zuvorn vnter den gegebenen Zahlen war/ ligt nichts daran/ Dann dieser Quadrirten Zahlen Proportionalitet/ wiewol in einer andern Proportion/ gleicher weiß erhalten wird.

THEOREMA XVII.

Die XXIII. Proposition.

Winckelgleiche oder gleicheckichte Parallelogram/ die haben eine solche Proportion gegen einander/ welche von den seiten gemacht wird/ so die gleiche Winckel beschliessen.

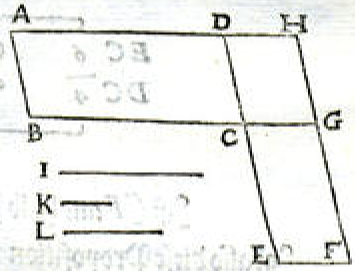
Erklä-

Erklärung.

DJE zwey Winckelgleiche Parallelogram seyn ABCD, vnd CEFG, Saget die Proposition/ daß sie eine solche Proportion gegen einander haben/ welche gemacht wird von der Lini BC gegen CG, vnd DC gegen CE. das ist/ Wann diese zwo Proportion/ als der Lini DC gegen CG, vnnd DC gegen CE, oder DC gegen CG, vnd BC gegen CE, als die den gleichen Winckel BCD, vnd ECG beschliessen/ addirt oder Componirt werden.

Demonstratio.

MAn neme nach gefallens ein Lini/ die sey I, dieser suche man ein andere/ als K, also daß sich I halte gegen K, wie BC gegen CG. Nun helt sich aber das Parallelogram AC gegen CH, wie die Basis BC gegen der Basi CG, dann sie gleicher höhe seyn. Derhalben wie sich helt das Parallelogram AC gegen dem Parallelogram CH, also helt sich I gegen K, das ist/ BC gegen CG. Widerumb suche man der Lini K die dritte L, also daß sich K halte gegen L, wie DC gegen CE. Nun helt sich aber widerumb CH gegen CF, wie die Basis DC gegen der Basi CE, dieweil sie auch gleicher höhe seyn. Derhalben wie sich CH helt gegen CF, also die Lini K gegen die Lini L. Derhalben vnd schließlichen/ wie sich das Parallelogram AC helt gegen dem Parallelogram CF, also helt sich I gegen L. Es wird aber die Proportion zwischen I vnd L, gemacht von den zweyen/ zwischen IK vnd KL, das ist/ Zwischen BC vnd CG, vnd zwischen DC vnd CE, als von den Linien/ so den gleichen Winckel beschliessen/ welches zuerweisen war.



NOTA. Es sollen aber beede Parallelogram also an einander gestossen werden/ wie zuvor gelehret worden/ Nemlich/ daß BC vnd CG, wie auch DC vnd CE gerade Linien/ vnd das dritte mittel Parallelogram DHG, durch die erlängerung der Linien AD vnd FG, im Punct H gantz gemacht werde.

So die seiten in Zahlen bekandt seyn/ so ist die sach leicht zuversteh n. Als zum Exempel: DC helt 4. BC 9. CG 3. CE 6. Die Proportio zwischen BC 9. vnd CG 3. ist $\frac{9}{3}$ zwischen DC 4. vnd CE 6. ist $\frac{4}{6}$. Wañ man diese zwo Proportion Componirt/ nach Lehr der 5. Beschreibung/ so kompt herauß die Proportion zwischen dem Parallelogram AC vnd CF, Nemlich $\frac{12}{6}$. oder $\frac{2}{1}$. Das ist/ das Parallelogram AC ist noch so groß/ als das Parallelogram CF. Das nun dem also sey/ so multiplicir man 4. in 9. das ist/ DC in CB, kompt der Innhalt deß Parallelograms AC 36. Widerumb 3. mit 6. das ist/ CG in CE, kompt der innhalt deß Parallelograms CF 18. als nemlich der halbe theil von 36.

Es ist aber zumercken/ daß die seiten allezeit eines Parallelograms zugleich vorhergehen/ oder zugleich nachfolgen/ vnd nicht vntereinander vermischet werden. Als wann ich BC gegen CG halte/ vnd BC vorher gehet/ so muß auch DC vorher gehen/ wann man sie gegen CE helt. Oder/ wann BC folget/ das ist/ Wann man GC gegen BC halt/ so muß auch DC folgen/ vnd EC gegen CD gehalten werden/ vnd nicht also: Wie BC gegen CG, also EC gegen CD, welches falsch were / Wie im folgenden Exempel zuersehen:

BC vnd DC vorher gehende/
CE vnd CG volgende.

36

BC 9	DC	4	das 2
3	CE	6	ist 1

18

Ist also AC noch so groß als CF.

EC vnd CG vorher gehende/
BC vnd DC volgende.

18

EC 6	CG	3	das 1
DC 4	BC	9	ist 2

36

Ist CF nur halb so groß als AC.

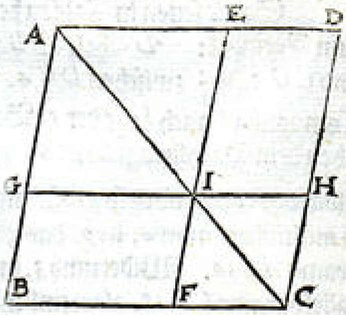
Ist also diese Proposition in Linien vnd Zahlen gnugsamb erwiesen.

THEOREMA XVIII.

Die XXIV. Proposition.

In einem jedwedern Parallelogram / seyn die kleinern Parallelogram / so vmb den Diameter stehen/ beedes dem gantzen/ vnd dann vnter sich selbsten einander gleichförmig.

DAs gantze Parallelogram ist ABCD, die zwey kleinern aber/ so vmb den Diameter AIC stehen/ seyn AGIE vnd IFCH. Nun saget die Proposition/ daß diese zwey/ beedes dem gantzen Parallelogram/ vnnd gegen einander selbsten gleichförmig seyn. Das ist/ das alle drey Parallelogram Winckelgleich seyn/ vnd die seiten/ so solche gleiche Winckel beschliessen/ gegen einander Proportionirt seyn. Als wie sich helt AB gegen BC, also AG gegen GI, oder IF gegen FC. Vnd wie sich helt AD gegen DC, also AE gegen EI, vnd IH gegen HC. Diese Proposition ist gar leicht zuverstehen. Dann die Parallel Linien/ durch welche die Parallelogram vñ der Diameter gemacht werden/ ändert die Winckel gantz nicht/ vnnd theilen auch derowegen die seiten nach gewisser Proportion. Wie in der 4. Proposition dieses Buchs ist erwiesen worden.



Als man neme ein halbe Figur von den Diameter AIC, vnnd von den seiten AB, BC beschlossen. Dieweil nun in dem Triangel ABC eine Parallel Lini/ als GI gezogen wird/ so werden die seiten AB, AC, vnd AG, AI proportionirt seyn: Nemlich AB der AG, vnd AC, der AI. Vnd weil der Winckel AGI, vnd ABC einander gleich seyn/ wie auch die Winckel AIG, vnd ACB, so wird auch die dritte seite BC, der dritten seiten GI proportionirt seyn.

Gleiches

Gleiches ist zuverstehen / von den beeden Triangeln ADC vnd AEI. Wie auch von dem andern Parallelogram IFCH. Dieweil nun der Triangel AGI gleichförmig ist dem Triangel ABC, vnnd AEI dem ADC: So wird auch das gantze Parallelogram AEIG, so vmb den Diameter stehet / dem gantzen Parallelogram ABCD gleichförmig seyn. Welches kürtzlich zuerweisen gewesen. Gleiche Demonstration ist deß andern Parallelogram IFCH. Ist ohne noth viel wort von solchen leichten sachen zumachen.

PROBLEMA VII.

Die XXV. Proposition.

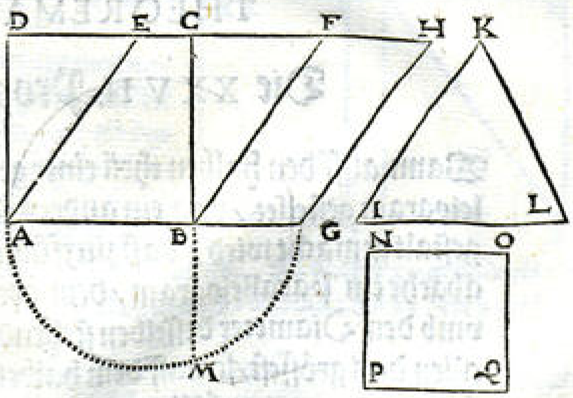
Einer vorgegebenen rechtlinischen Figur eine gleichförmige vnd gleichgestellte Figur machen / die sich in der grösse einer andern gegebenen Figur vergleiche.

Erklärung.

DEr vorgegebenen Figur ABCD, soll ich ein gleichförmige vnnd gleichgestellte Figur machen / die doch sich mit dem Innhalt der andern mitgegebenen Figur IKL vergleiche. Diß geschicht nun also: Man setze auff die seiten AB ein Parallelogram / daß der vorgegebenen Figur ABCD gleich sey / als ABFE.

Ferners auff die Lini FB, vnnd nach dem Winckel FEA mach man ein Parallelogram BCHF, daß der ander Figur IKL gleich sey.

Zum dritten / suche man zwischen AB vnd BC die mittel proportional Lini / die ist BM, oder PQ, auff welche man eine gleichförmige Figur der ersten / als ABCD, setze / Welches dañ in diesem Exempeln leichtern verstands halben ein Quadrat ist / so ist der Propsition genug geschehen / Vnd wird der Innhalt dieser letzten Figur sich mit dem innhalt deß IKL gäntzlich vergleichen / auch der ersten Figur gleichförmig / vnd gleich gestellet seyn / vnnd solches auß der vrsachen:



Demonstratio.

DIeweil drey Proportionirte Linien seyn / als AB, PQ oder BM, vnnd BG. So wird auch / laut deß Anhangs / der 19. vnd 20. Proposition sich AB halten gegẽ der dritten BG: Wie sich helt die Figur ABCD auff die seiten oder Lini AB gestellet / gegen der gleichförmigen / vnd gleichgestellten Figur PQON, auff di andern Lini BM, oder PQ gestellet. Nun wie sich AB helt gegen BG, also helt sic das Parallelogram ABFE, gegen dem Parallelogram BGHF, dieweil sie beede i gleicher höhe seyn / oder zwischen Parallel Lini stehen. Es vergleichet sich aber ABFE der ersten vorgegebenen Figur ABCD. Derhalben / wie sich das Parallelogram ABFE helt gegen dem Parallelogram BGHF, also verhelt sich die Figur ABCD gegen der gleichförmigen vnd gleichgestelten Figur PQON. Vnd weil ABFE der ABCD gleich ist/ so wird auch BGHF der PQON gleich seyn. Weil aber auch BGHF der mitgegebenen Figur IKL gleich gesetzt worden/ so wird auch PQON solcher IKL gleich seyn. Welches dann vmbständtlich zuerweisen war.

THEOREMA XIX.

Die XXVI. Proposition.

Wann von einem Parallelogram ein anders gleichförmiges vnd gleichgestelltes genommen wird/ auch einen gemeinen Winckel mit solchem hat/ so wird es vmb den Diameter desselben stehen.

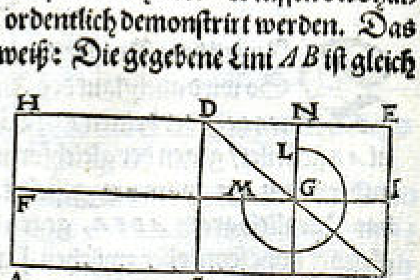
Diese Proposition ist nur die 24. vmbgekehret. Dann wie alldar erwiesen worden/ wann ein Parallelogram vmb den Diameter eines andern stehet/ das solches dem grössern gleichförmig sey. Allhier wird gesagt/ daß wann ein Parallelogram von einem andern genommen were/ als ein stück von seinem gantzen/ vnd demselben gleichförmig vnd gleich gestellt sey/ auch ein gemeinen Winckel mit solchem habe/ so stehe solches vmb den Diameter deß grössern. Ist also ohne noth viel demonstrirens durch vngereumbte vnd vnmügliche ding. Welche arth zu demonstriren ohne das verdrießlich ist/ wann es offt widerholet wird.

THEOREMA XX.

Die XXVII. Proposition.

Wann auff den halben theil einer geraden Lini/ eine Parallelogram gestellet/ vnd ein anders eben auff solche Lini dergestalt gemacht wird/ daß zuerfüllung der gantzen Lini jhme abgehe ein Parallelogram/ dem vorigen gleichförmig/ vnnd vmb den Diameter desselben stehendt/ So ist vnter solchen allen das grössest/ so auff dem halben theil der Lini stehet/ vnd seinem abgang zuerfüllung der gantzen Lini gleichförmig ist.

Diese vnd folgende Propositionen biß zu ende dieses Buchs/ ob sie wol nicht gar schwer an jhnen selbst seyn/ haben doch viel vmbstände/ vnnd kommen derowegen anfänglich einem gantz vnverständtlich vor. Müssen derohalben vor allen nach notturfft erkläret/ vnd dann ordentlich demonstrirt werden. Das geschicht nun in folgendem Exempel auff diese weiß: Die gegebene Lini *AB* ist gleich zertheilet in *C*, auff den halben theil *CB*, werde nach gefallens das Parallelogram *CBED* gestellet. Auff das stück *AK* der Lini *AB* werde ein anders Parallelogram/ als *AKGF* gemachet/ deme zuerfüllung der gantzen Lini *AB* abgehe/ das Parallelogram *KBIG*, welches dem vorigen *CBED* gleichförmig ist/ vnd vmb den Diameter *DGB* derselben stehet.



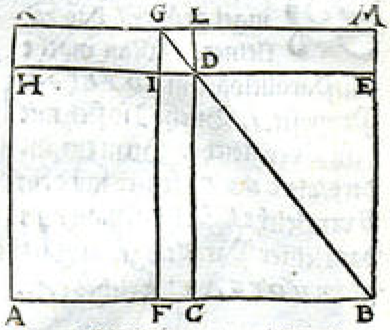
Item/ es werde auff den übrigen halben theil *AC*, widerumb das Parallelogram *ACDH* gestellet/ vnnd sey gleich-

gleichförmig seinem abgang CDEB, zu erfüllung der gantzen Lini AB. Saget die Proposition / daß das jenige Parallelogram / so auff dem halben theil AC gestellet / als ACDH grösser sey als alle andere / die nemlich gedachter weiß auff die stücke der Lini AB sampt jhrem abgang gemacht werden / vnd derowegen auch grösser als das Parallelogram AKGF.

Man ziehe auch die Parallel Linien KN. Das aber daß Parallelogram ACDH grösser sey als das Parallelogram AKGF, das wird also erwiesen: Die zwey Complement oder Außfüllungen CG, vnd GE seyn einander gleich (43. Proposition deß 1. Buchs.) So man nun das gemeine Parallelogram KI zu beeden thut / so folget / daß CI, vnd KE einander gleich seyn.

Nun ist aber FC gleich dem CI, dieweil die seiten AC vnnd CB einander gleich seyn / Derohalben so wird FC auch dem KE gleich seyn / thue man CG zu beeden / so wird das Parallelogram AG gleich seyn dem Gnomoni LM. Es ist aber das Parallelogram CE grösser dann der Gnomon LM, derohalben auch das Parallelogram AG, vnd weil AD vnd CE einander gleich seyn / Derohalben so wird auch AD, so auff der halben Lini AC stehet / grösser seyn / als das Parallelogram AG, so auff dem stück AK stehet / so grösser ist / als die halbe Lini AC. Welches vmbständtlich zuerweisen gewesen.

Wann aber das stück der Lini AB, darauff ein Parallelogram gestellet ist / kürtzer ist dann die halbe Lini AC, als AF, so erlängere man den Diameter BD vnd FI biß sie in G zusammmen stossen. Man ziehe auch die Lini KM durch das G, daß sie der Lini HE Parallel sey / man erlängere AH biß in K, CD biß in L, BE biß in M.



Nun muß widerumb erwiesen werden / das AC, das ist / das Parallelogram auff die halben Lini AC gemacht / grösser sey / als das Parallelogram AG. Diß geschicht also: Die zwey Complement MD vnd DF seyn einander gleich / wie auch die zwey Parallelogram KD vnd DM. Derohalben ist KD auch dem FD gleich. Es ist aber KD grösser als KI, vmb das Parallelogram IL. Derohalben ist auch FD grösser als KI, eben vmb solches Parallelogram IL.

So man nun zu dem gemeinen Parallelogram AI, die zwey vngleiche thut / als KI das kleiner / vnd FD das grösser / so folget auch / daß das gantze Parallelogram AG auff das stück AF gesetzet / kleiner sey / als das gantze Parallelogram AD, so auff der halben Lini AC stehet / welches auch zuerweisen war.

In Zahlen.

IN der ersten Figur halte die gantze Figur AB 16. halb als AC oder CB 8. AH 6. AF 8. CK 4. Der Innhalt deß Parallelograms AD ist 48. als 6. in 8. vermehret. Aber der Innhalt deß Parallelograms AG ist 36. als 12. in 3. vermehret / nemlich kleiner als das Parallelogram AD, so gestellet ist auff die halbe Lini AC.

PROBLEMA VIII.

Die XXVIII. Proposition.

Auff eine vorgegebene Lini ein Parallelogram machen / so einer gegebenen rechtlinischen Figur sich vergleiche / vnd jhme

zuerfüllung der gantzen Lini ein Parallelogram abgehe/ so einem mitgegebenem Parallelogram gleichförmig sey. Jedoch soll die rechtlinische Figur nicht grösser seyn/ als das Parallelogram/ so auff den halben theil der gegebenen Lini dem mitgebenen Parallelogram gleichformig gestellt würde.

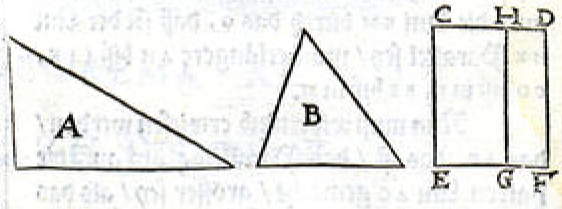
DIeweil zur Demonstration dieser Proposition hoch vonnöten zuwissen/ wie man eine Figur von der andern abziehen soll/ oder vmb wieviel eine Figur eine andere kleinere übertreffe: Als habe ich hieher setzen wollen das Problema/ so *Clavius* bey der 45. Proposition deß 1. Buchs demonstriret hat/ vnd ist diß:

Wann zwo vngleiche rechtlinische Figuren gegeben werden/ zuwissen vmb wieviel eine die andere übertreffe.

Oder:

Den vnterscheid zwischen zweyen vngleichen rechtlinischen Figuren zuerfahren/ das ist/ vmb wieviel eine grösser ist/ als die ander.

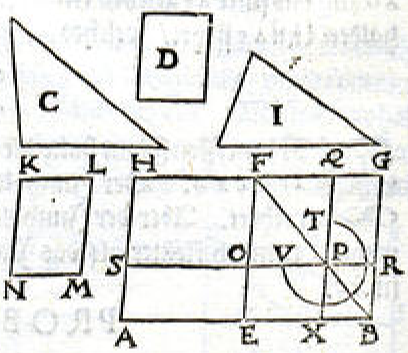
DIe zwo vngleiche rechtlinische Figuren seyn *A* vnd *B*. Das *A* sey ein Triangel grösser/ das *B* kleiner. Man mache ein Parallelogram *CDFE* (44. Proposit. 1. Buchs) so sich mit dem *A* vergleiche. Item ein anders/ als *CHGE*. so sich mit dem *B* vergleiche/ Wann man nun das kleiner Parallelogram von den grössern nimpt/ so bleibet übrig das Parallelogram *HDFG*, vmb welches der Triangel *A* grösser ist/ als der Triangel *B*.



Erklärung der Proposition.

DIese Proposition lehret/ wie man der vorgegebenen Figur *C*, auff die Lini *AB* ein gleiches Parallelogram machen soll/ als *AP*, deme noch mangele biß zuerfüllung der Lini *AB* ein Parallelogram/ als *PB*, so dem *D* gleichförmig sey. Doch also/ daß die Figur *C* nicht grösser sey als *AF* oder *EG*, als welche auff der halben Lini *AE*, vnd *EB* stehen.

Diß geschicht nun also: Man setze auff die halbe Lini *EB* ein Parallelogram daß da grösser sey als die Figur *C*, vnd gleichförmig dem *D*, vnd sehe vmb/ wie viel *EG* grösser sey als *C*, nach Lehr deß beygesetzten Problematis. Als allhier sey *EG* grösser dann *C*, vmb die Figur *I*. Dieser soll ein Parallelogram gemacht werden/ welches doch der Figur *D* gleichförmig sey/ vnnd ist *KLMN*. Man erfülle auch das gantze Parallelogram *ABGH*. Man setze das Parallelogram *KM* in das Parallelogram *EG*, also daß *K* mit *F*, vnd *N* mit *O* überein treffen. *L* kompt in *Q*, vnnd *M* in *P*. Man erlängere *OP* zu beeden seiten biß in *S* vnd *R*, vnd *QP* biß in *X*, man ziehe den Diameter



PF, so ist die Figur zur Demonstration bereit / vnd sage das AP das begerte Parallelogram sey / welches gleich sey der gegebenen Figur C, vnnd das Parallelogram PB so diesem zuerfüllung der gantzen Lini AB abgehet / sey dem D gleichförmig.

Demonstratio.

DAß nun AP gleich sey der C, das wird also erwiesen: Die zwey Complement EP vnd PG seyn einander gleich. Wann nun das gemeine Parallelogram PB zu beeden kompt / so folget / daß auch PQ vnd ER einander gleich seyn. Es seyn aber auch AO vnd ER einander gleich / dieweil die Bases AE vnnd EB einander gleich seyn / derohalben so ist auch AO dem BQ gleich. So nun das gemeine Parallelogram EP zu beeden gethan wird / so wird AP gleich seyn dem Gnomoni VT. Es ist aber das gantze Parallelogram EG gleich dem C, vnd dem KM, das ist / dem FP. So nun FP von dem gantzen Parallelogram EG genommen wird / so muß nohthalben der Gnomon TV dem C gleich seyn. Vnd weil / wie gesagt / AP dem Gnomoni TV gleich ist / so wird es auch dem C gleich seyn / daß dann zuerweisen war.

Daß aber das übrige Parallelogram PB der D gleichförmig sey / das wird also erwiesen: Dieweil das gantze Parallelogram EG der D gleichförmig ist / vnnd PB aber vmb den Diameter FB stehet / so wird es auch dem gantzen Parallelogram EG gleichförmig seyn / vnnd deßhalben auch der gegeben Figur D. Das kürtzlich zuerweisen ist gewesen.

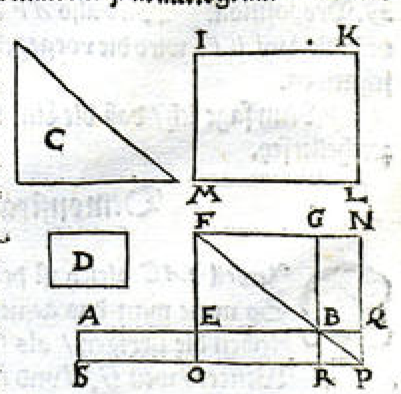
PROBLEMA IX.

Die XXIX. Proposition.

Auff eine vorgegebene Lini ein Parallelogram zu machen / welches einer mitgegebenen rechtlinischen Figur gleich sey / vnd vmb ein Parallelogram fürauß reiche / welches einem gegebenen Parallelogram gleichförmig sey.

Erklärung.

DIE vorgegebene Lini AB theil man in zween gleiche theil in E, vnd setze auff den halben theil EB ein Parallelogram EFGB, so dem D gleichförmig sey. Hernach mache man ein Parallelogram IKLM, daß sich mit der gegebenen rechtlinischen Figur C, vnnd mit dem Parallelogram EFGB sämptlich vergleiche / vñ dem D auch gleichförmig sey. So wird IKLM nohthalben grösser seyn dann EG. Vnd weil sie einander gleichförmig seyn / so erlängere man FE biß in O, vñ FG biß in N, also daß FO der IM, vnd FN der IK gleich sey / man beschliesse das gantze Parallelogram FOPN, welches dann dem IL gleich / vnd gleichförmig ist / vnd stehet mit dem EG vmb den Diameter FP, nach der 26. Propos. deß 2. Buchs. Man erlängere AB biß in Q, vnd GB biß in R. Man ziehe auch PS, also daß sie dem AQ gleich sey / vñ hänge AS zusammen.



Nun

Nun ſage ich / daß das Parallelogram AP gleich ſey der rechtliniſchen Figur C: Auch vmb das Parallelogram BP für auß reiche / welches dem D gleichförmig ſey.

Demonſtratio.

DAß nun das Parallelogram AP der vorgegebenen rechtliniſchen Figur gleich ſey / wird alſo erwieſen: Dieweil das gantze Parallelogram FP iſt gleich gemacht worden dem Parallelogram EG, vnnd der rechtliniſchen Figur C ſämptlich / ſo folget vnwiderſprechlich / daß der *Gnomon*, EPG gleich ſey der Figur C. Es iſt aber AO gleich dem ER, dieweil die Baſes AE vnnd BE, oder SO vnd OR einander gleich ſeyn. Gleichesfalls iſt ER gleich dem BN, als zwey Complement / derhalben wird auch AO dem BN gleich ſeyn. So man nun das gemeine Parallelogram BP zu beeden thut / ſo wird EP gleich ſeyn dem RN. Vnd ſchließlichen / das Parallelogram AP dem *Gnomoni* FPG, vnd derowegen der vorgegebenen Figur C gleich ſeyn / das erſtlich zuerweiſen war.

Das aber das Parallelogram BP, vmb welches AP über die gegebene AB füraußreichet / dem D gleichförmig ſey / wird alſo gar kurtz vnd leicht erwieſen: BP ſtehet vmb den Diameter FP, derohalben iſt ſie dem gantzen Parallelogram ON gleichförmig. Es iſt aber ON dem D gleichförmig geſtellet worden / Wird alſo nohtzhalben auch BP dem D gleichförmig ſeyn / wie zuerweiſen iſt geweſen.

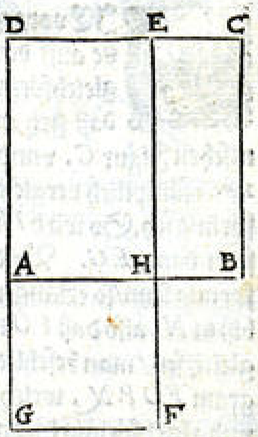
PROBLEMA X.

Die XXX. Propoſition.

Eine vorgegebene gerade Lini Proportzlich zertheilen.

Erklärung.

DIE vorgegebene gerade Lini AB ſoll Proportzlich / das iſt / *extrema & media ratione* zertheilet werden / das geſchicht alſo: Auff ſolche gegebene Lini ſtelle man ein Quadrat / das ſey $ABCD$. Ferners auff die ſeiten DA mache man das Parallelogram DF, das dem Quadrat DB gleich ſey / vnnd vmb AF füraußreiche / ſo dem Quadrat DB gleichförmig ſey / nach nechſt vorhergehender 29. Propoſition. Wird alſo AF auch ein Quadrat ſeyn / vnd die Lini EF, wird die vorgegebene Lini AB inn H zerſchneiden.



Nun ſage ich / daß die Lini AB in H Proportzlich zertheilet ſey.

Demonſtratio.

DIeweil AC gleich iſt dem Parallelogram DF. So neme man das gemeine DH von beeden / ſo bleiben die übrigen / als GH vnnd HC einander gleich. Weiters / weil GH vnd HC einander gleich ſeyn / vnd die Winckel AHF vnd BHE auch einander gleich ſeyn / ſo werden die ſeiten BH, HE, vnd AH, HF Proportioniret ſeyn (wie in der 14. Propoſition deß 6. Buchs.) das iſt / Wie ſich

helt

helt EH gegen HF, alſo AH gegen HB. Es iſt aber EH der AB, vnd HF der AH gleich. Derohalben wie ſich helt AB, als die gantze vorgegebene Lini / gegen dem gröſſern ſtück AH, alſo helt ſich eben ſolch ſtück AH gegen dem kleinen HB, So zuerweiſen war.

Von dieſer Zertheilung iſt droben im andern Buch in der 11. Propoſition gehandelt worden / vnnd hat dieſe Proportzliche Zertheilung ein überauß groſſen nutz in der *Geometria*, alſo daß ſolche Zertheilung von etlichen *Geometris divina diviſio* iſt genandt worden / wie auch *Clavius* anzeiget.

THEOREMA XXI.

Die XXXI. Propoſition.

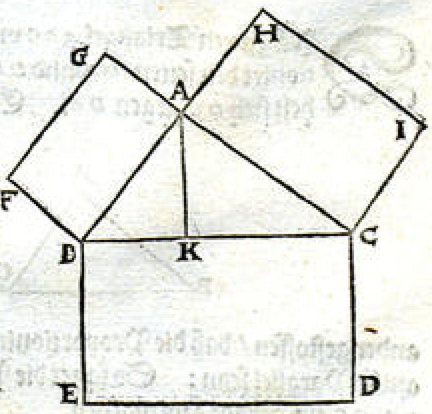
Wañ auff die drey ſeiten eines Winckelrechten Triangels / drey gleichförmige Figuren gemachet werden / ſo iſt die Figur / welche auff der ſeiten ſtehet / ſo dem rechten Winckel vnterzogen iſt / ſo groß als die andern zwo Figuren ſämptlich.

Erklärung.

AVff die drey ſeiten AB, BC, CA, deß Winckelrechten Triangels ABC, werden drey gleichförmige Figuren geſtellet / als auff BC die Figur $BCDE$, auff AC, die Figur $ACIH$, vnnd auff AB die Figur $ABFG$. Saget die Propoſition / daß die Figur $BCDE$, ſo auff der ſeiten BC ſtehet / vnnd dem rechten Winckel A vnterzogen iſt / ſo groß ſey als die andern zwo Figuren $ACIH$, vnd $ABGF$ ſämptlich.

Demonſtratio.

ZVR Demonſtration dieſer Propoſition werden erfordert die 8. Propoſition dieſes Buchs / ſampt ſeinem Anhang / vnnd die 24. Propoſition deß 5. Buchs. Man ziehe die Perpendicular Lini AK auß dem rechten Winckel A.



Nun nach dem Anhang der 8. Propoſition helt ſich BC gegen CA, wie ſich helt CA gegen CK. Derohalben / wie ſich BC, als die erſte helt gegen CK, als dritten / alſo helt ſich BD gegen CH, (Anhang der 19. Propoſition dieſes Buches) vnd verkehrter weiß / wie ſich CK helt gegen BC, alſo helt ſich CH gegen BD. Auff gleiche weiß wird erwieſen / wie ſich helt BK gegen BC, alſo verhelt ſich BG gegen BD.

Dann nach der 24. Propoſition deß 5. Buchs / wie ſich CK, als die erſte Quantitet helt / gegen BC der andern Quantitet / alſo verhelt ſich CH die dritte gegen BD die vierdten.

Item/ wie sich BK die fünffte Quantitet helt gegen BC der andern/ also verhelt sich BG die sechste/ gegen BD die vierdten. Derohalben/ wie sich die erste CK vnnd fünffte BK sämptlich gegen der andern BC verhalten/ also helt sich CH als die dritte/vnd BG die sechste sämptlich gegen der vierdten BD. Es ist aber die erste CK, vnd fünffte BK sämptlich gleich der andern CB. Derohalben die dritte CH, vnd sechste BG sämptlichen/seyn auch dem BD gleich. Das zuerweisen war.

Die Demonstratio ist so schwer nicht/ wann man nur obberürte Propositiones zuvor wol verstehet.

Gleiches ist zuverstehen/ wann auff ermeldten seiten deß Winckelrechten Triangels/ Triangel oder andere Figuren gestellet werden/ wann sie nur gleichförmig einander seyn.

Ist also hierauß abzunemen/ daß diese Propositio sich viel weiter erstrecke/ als die 47. Propositio deß ersten Buchs/ welche sich nur auff Quadrat schicket/ diese aber auff allerhandt rechtlinische vnd gleichförmige Figuren gerichtet ist.

Exempel in Zahlen.

BC helt 25. BE 15. AC 20. AH 12. AB 15. AG 9. Der Innhalt deß Parallelograms CH ist 240. Der Innhalt AF 135. sämptlich machen 375. so groß ist auch der Innhalt deß Parallelograms BD, nemlich 375.

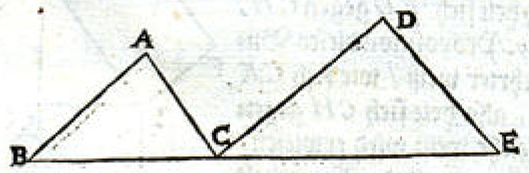
THEOREMA XXII.

Die XXXII. Proposition.

Wann in zweyen Triangeln/ zwo seiten eines Proportioniret seyn/ zweyen seiten deß andern/ vnnd beede Triangel also an einander gestossen werden/ daß die Proportionirte seiten einander Parallel seyn/ so werden die zwo übrigen als dritten seiten/ ein gerade Lini machen.

Erklärung.

DIE zween Triangel ABC vnd DCE, haben die seiten AB, vnd AC Proportionirt den seiten DC vnnd DE, Nemlich/ wie sich helt AB gegen AC, also helt sich DC gegen DE. Es werden auch beede Triangel in C also an einander gestossen/ daß die Proportionirte seiten/ als AB vnnd DC, vnnd AC, DE einander Parallel seyn: So saget die Proposition/ daß die übrigen vnd dritten seiten BC, CE ein gerade Lini machen.



Demon-

Demonstratio.

DIeweil nun AB vnd DC Parallel seyn/ so werden die zween Winckel A, vnd ACD einander gleich seyn (29. Proposition deß 1. Buchs.) Eben auß dieser vrsach wird auch der Winckel D, dem Winckel ACD gleich seyn/ werden derhalben A vnnd D einander gleich seyn. Weil dann in den zweyen Triangeln die Winckel A vnnd D einander gleich seyn/ vnnd die seiten/ so diese gleiche Winckel beschliessen/ Proportionirt seyn/ so werden sie Winckelgleich seyn/ vnd der Winckel B dem Winckel DCE sich vergleichen (6. Proposition deß 6. Buchs.) So man den gemeinen Winckel ACD zu beeden thut/ so werden die zween Winckel B vnd A gleich seyn dem Winckel ACE.

Endlichen/ so man den Winckel ACB, als den dritten deß Triangels ABC zu dem Winckel ACE thut/ so folget vnwidersprechlich/ daß die zween Winckel ACE vnd ACB sich mit den dreyen Winckeln A, B, vnd ACB vergleichen. Es seyn aber die drey Winckel A, B, ACB zweyen rechten gleich/ Derohalben auch die zween Winckel ACB vnd ACE, vnd ist also BCE nohthalben eine gerade Lini/ Welches zu erweisen war.

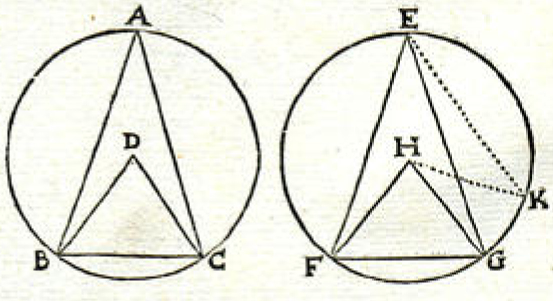
THEOREMA XXIII.

Die XXXIII. Proposition.

In gleichen Circkeln/ halten sich die Winckel/ so bey dem Mittelpunct/ oder bey dem Vmbkraiß stehen/ gegen einander also/ wie die Stück/ oder Abschnitt deß Vmbkreiß darauff sie stehen: Gleicher weiß halten sich auch die Theiler der Circkel gegen einander/ als die bey dem Mittelpunct stehen.

Erklärung.

DIe zween gleiche Circkel seyn ABC, EFG, Deren Centra oder Mittelpunct seyn D vnd H. Man neme nun nach gefallens zween Abschnitt von den Circkeln/ als BC, vnd FG, auff solche werden die Winckel bey dem



Centro, vnd bey dem Vmbkraiß gestellet/ als BDC, BAC, FHG, FEG. Jtzt sagt die Proposition/ daß sich BDC gegen FHG, vnd BAC gegen FEG also halte/ wie das Stück deß Vmbkraiß BC gegen dem stück FG; In solcher Proportion stehen auch die zween Theiler der Circkel/ als BDC, vnd FHG.

Demonstratio.

DJE gemeine Demonstratio wird genommen auß der 6. Beschreibung deß 5. Buchs / vnd geschicht durch die Product oder *aequemultiplicia*. Jst aber sehr langweilig / vnd allhier vnvonnöten / Dieweil / nemlich die sachen an jhr selbsten leicht zuverstehen ist. Dieweil die Vmbkraiß der Circkel einander gleich seyn / so werden auch die gleichen abschnitt von beeden einander gleich seyn. Als so die zween abschnitt *B C*, vnd *F G* einander gleich seyn / sage ich / daß auch die zween Winckel *B D C*, vnd *F H C* einander gleich seyn. Dann weil die Lini *B C* gleich ist der Lini *F G* (28. Proposition deß 3. Buchs) vnd die andern auch / als der auß dem *Centro D* vnd *H* zu dem Vmbkraiß *B C, F G* gezogen seyn. Werden demnach die zween Triangel *B D C* vnd *F H G* durchauß einander gleich seyn / vnd sonderlich der Winckel *D* dem Winckel *H*.

Wie nun das stück *B C* gleich ist dem stück *B G*, also ist auch der Winckel *D* gleich dem Winckel *H*, so auff diesen gleichen stücken stehen. Das aber der Winckel *A* gleich sey dem Winckel *E*, bey dem Vmbkraiß / das ist offenbahr auß der 20. Proposition deß 3. Buchs. Dann *A* ist halb so groß als *D*, vnnd *E* halb so groß als *H*, vnd seyn *A* vnnd *H* einander gleich als gantze / derohalben werden auch die halben Theil einander gleich seyn. Zu dem / so werden aller Winckel / so bey dem *Centro* stehen / grösse oder weite in dem Vmbkraiß genommen. Derohalben wann die Vmbkraiß / oder grösse der Circkel gleich seyn / so werden auch auff gleichen Stücken gleiche Winckel bey dem *Centro* stehen / auff vngleichen Stücken aber vngleiche Winckel / vnd wie sich ein Stück helt gegen dem andern / also auch ein Winckel gegen dem andern. Als in obgesetzten Figuren / ist das stück *F K* vmb den halben theil grösser dann *B C*, oder *F G*. Derohalben auch der Winckel *F H K*, vmb so viel grösser ist / dann der Winckel *B C D*, oder *F H G*. Eben in solcher Proportion wird auch der Winckel *E* gegen dem Winckel *A* stehen / auß vor angezeigten vrsachen.

Ende deß VI. Buchs EUCLIDIS.

Beschluß

Beschluß.

ALSO hast du günstiger Leser vnnd Liebhaber der *Geometria* die ersten 6. Bücher EUBLIDIS, auß der Griechischen (darinnen sie erstlich beschrieben) in vnser Hochdeutsche Sprach / mit sonderm fleiß vnd mühe übergesetzet. Es werden aber in diesen 6. Büchern nicht allein die *Elementa*, oder erste Anfänge der *Geometria* gelehret / sondern auch der grundt vnd Quell / darauß alle die jenige Künste vnd wissenschafft herfliessen / so sich der Geometrischen demonstration gebrauchen müssen / als *Musica*, *Arithmetica*, *Architectura*, *ars pictoria*, die *doctrina de Æquaductibus*, *mensuris*, *ponderibus*, vnd andere vnzehliche herzliche sache mehr.

Will demnach alle vnd jede / so zu diesen Künsten Lust vnd Lieb tragen / trewlich ermahnet haben / daß sie diese ersten 6. Bücher recht vnnd gründtlich verstehen lernen / damit sie ins künfftig / wann die übrigen 9. Bücher EUCLIDIS auch in vnserer hochdeutschen Sprach herfür kommen / desto leichter solche fassen vnnd begreiffen mögen. Dann in denselbigen die *Demonstrationes* nicht so vmbständtlich werden widerholet / wie in diesen 6. Büchern meisten theils geschehen ist / sondern nur kürtzlich gerüret / vnd auff diese wird gewiesen werden. So ferzne ich nun verstehe / daß dir guthertziger Leser hiermit wird gedienet seyn / vnnd ein sonderlich wolgefallen darob habest / so verhoffe ich mein mühe vnd fleiß wol angelegt zuhaben / auch vrsach dahero zunemen / die übrigen Bücher desto ehe zuverfertigen / So viel mir durch gesundtheit deß Leibs / vnd verleyhung Gottes wird zuthun müglich seyn.

FINIS.

Gedruckt zu Onoltzbach/
durch Paulum Böhem/
ANNO
M. DCX.

Correctur.

Im I. Buch.

Fol. 4. lin. 30. vnd 32. lise / Diameter. fol. 7. lin. 3. lise / Lini C D. fol. 27. lin. 5. lise / A B C. lin. 11. lise / vnd C B A. fol. 38. lin. 9. lise / den Winckel B E I.

Im II. Buch.

Fol. 50. lin. 18. lise / als A C N M. lin. 24. lise / als 30. fol. 51. lin. 45. lise / 69. fol. 52. lin. 40. lise / als F B C I. fol. 61. lin. 19. lise / das F C.

Im III. Buch /

Fol. 61. lin. 16. lise / abschnit A D B. fol. 86. lin. 34. lise / beschreiben. fol. 91. lin. 14. lise / so ausserhalb eines Circkels ein Punct.

Im IV. Buch.

Fol. 95. lin. 37. lise / dem Winckel D E G. fol. 100. lin. 16. lise / stück E D C B. lin. 18. lise / als E D C, D C B. fol. 102. lin. 36. lise / D A aber.

Im V. Buch.

Fol. 104. lin. 23. lise / denn 1. fol. 111. lin. 32. lise / in dem andern aber $\frac{1}{4}$ fol. 114. lin 15. lise / gegen C. lin. 27. lise / 12. für 21. fol. 125. lin. 7. lise 8 für 9. lin. 26. lise / oder D F gegen 30. fol. 127. lin. 29. lise / A gegen B. fol. 128. lin. 16. lise / D dem F.

Im VI. Buch.

Fol. 137. lin. 7. lise / Winckel B A D fol. 139. lin. 35. lise / Winckel C.

Corrig. [illegible]

Im I. Buch.

Fol. 4. lin. [illegible] [illegible] lise [illegible] fol. 27. lin. 1. lise [illegible] lin. 21. lise [illegible] fol. [illegible] lise [illegible]

Im II. Buch.

Fol. 6. lin. 12. lise [illegible] lise [illegible] lin. 21. lise [illegible] fol. 12. lin. 27. lise [illegible] lin. 19. lise [illegible]

Im III. Buch.

Fol. [illegible] lise [illegible] lin. [illegible] lise [illegible] [illegible]

Im IV. Buch.

Fol. 97. lin. 27. lise [illegible] lin. 16. lise [illegible] lin. 12. lise [illegible] lise [illegible]

Im V. Buch.

Fol. 124. lin. 25. lise [illegible] fol. 127. lin. [illegible] lin. [illegible] lise [illegible] fol. 130. lin. [illegible] fol. 137. lin. 29. lise [illegible] fol. 138. lin. 16. lise [illegible]

Im VI. Buch.

Fol. 157. lin. 7. lise [illegible] fol. 159. lin. [illegible] lise [illegible]

Nimens